

государственное автономное профессиональное образовательное учреждение Самарской области  
«Самарский колледж сервиса производственного оборудования имени Героя Российской  
Федерации Е.В. Золотухина»

Методическая разработка  
открытого учебного занятия  
по математике «Производная и её применение»

Рассмотрены и одобрены на заседании  
предметной - цикловой комиссией

Протокол № 9

от «04» 04 2018 г.

Председатель ПЦК С.В. Елшанская. *Елшанская*

Разработчик(и):

Преподаватель Евграфова И.В.

## Тема урока: «Производная и её применение»

### Цели урока:

#### *образовательные*

- повторение основных формул и правил дифференцирования,
- знакомство с историей открытия производной; основными направлениями применения производной в разных областях науки и техники,
- овладение учебными умениями и навыками по теме «Производная и её применение»

#### *развивающие*

- развитие умений применять знания в конкретной ситуации;
- развитие логического мышления, развитие монологической речи,
- развитие навыка работы в парах, в группе,
- умение работать в проблемной ситуации;
- развитие умения сравнивать, обобщать, правильно формулировать задачи и излагать мысли;
- развитие самостоятельной деятельности учащихся.

#### *воспитательные*

- формирование у учащихся ответственного отношения к учению;
- умение работать в коллективе, взаимопомощи, культуры общения;
- воспитание таких качеств характера, как настойчивость в достижении цели; развитие устойчивого интереса к математике; создание положительной внутренней мотивации к изучению математики.

### Задачи

- закрепить умение применять производную для решения различных задач.
- научить защищать выполненную работу.
- научить работать в группе.

### Тип урока: комбинированный

### Вид урока: пресс-конференция

### Методы:

*обучения* – проблемного изложения, частично-поисковый, игровой

*преподавания* – иллюстративный, эвристическая беседа

*учения* – активный и интерактивный

*воспитания* – наглядный, коллективный

Хронокарта урока:

1. Организационный момент. (2 мин)
  2. Активная беседа с журналистами.  
Актуализация прежних знаний (10мин)  
Применение знаний и умений (26 мин)
  3. Заключительная беседа учителя (3 мин)
  4. Подведение итогов урока (Рефлексия результативности, настроения). (2мин)
- Резерв урока (2мин)

Используемые педагогические технологии:

*Инновационные* : мультимедийная презентация, соревнование, проблемное обучение.  
*традиционные* : беседа, опрос.

Межпредметные связи: математика, физика, электротехника

Оборудование урока : компьютер, проектор, экран, презентация, раздаточный материал.

## **Ход урока**

«Нет ни одной области математики, как бы абстрактна она ни была, которая когда-нибудь не окажется применимой к явлениям действительного мира».

Н.И. Лобачевский

### **Организационный момент**

*Учитель.* Сегодня вы – сотрудники научно-исследовательского института, участники пресс-конференции. У нас присутствуют журналисты различных изданий, желающие получить ответы на интересующие их вопросы. Для начала давайте познакомим гостей с проблемой, над которой мы работаем. Всем известно высказывание «Мал золотник да дорог». Одним из таких «золотников» в математике является производная. Производная применяется при решении многих практических задач математики, физики, химии, биологии, географии, экономики и других дисциплин. Она позволяет решать задачи просто, красиво, интересно.

Цель нашего урока – повторить основные формулы и правила дифференцирования, узнать основные направления применения производной в разных областях науки и техники.

## ***Активная беседа с журналистами.***

### ***1-ый журналист научно-теоретического журнала "Математика в школе"***

По просьбе читателей в рубрике " Научно-популярный отдел" мы должны дать математическое значение слова "производная." Помогите нам в этом вопросе.

Учащиеся отвечают

Производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю. Обозначается  $y'$  или  $f'(x)$ .

*Учитель.* И послушайте стихотворение

В данной функции от  $x$ , нареченной  $y$ .

Вы фиксируете  $x_0$ , отмечая индексом.

Придаете вы ему тотчас приращение,

Тем  $y$  функций самой вызвав изменение.

Приращений тех теперь взявши отношение,

Побуждаете к нулю  $y$   $x$  стремление,

Предел такого отношения вычисляется,

Он производной в науке называется.

### ***Журналист научно-теоретического журнала "Математика в школе"***

Хорошо, мы узнали понятие производной, и ещё хотелось бы узнать когда появилось это понятие, и кто из учёных открыл это понятие.

Выступления учащихся

#### *«Исторические сведения»*

1. Формула производной встречалась ещё в 15 веке. Великий итальянский математик Тарталья, рассматривая и развивая вопрос - насколько зависит дальность полёта снаряда от наклона орудия - применяет её в своих трудах.

Понятие производной возникло в XVII веке в связи с необходимостью решения ряда задач из физики, механики и математики, но в первую очередь следующих двух: определение скорости прямолинейного движения и построения касательной к прямой. Независимо друг от друга Исаак Ньютон и Готфрид Лейбниц разработали теорию дифференциального исчисления и создали аппарат, которым мы и пользуемся в настоящее время. Исаак Ньютон в основном опирался на физическое представление о мгновенной скорости движения, считая его очевидным и сводя к нему другие случаи производной, а Готфрид Лейбниц использовал понятие бесконечно малой.

Доклад о жизнедеятельности Готфрида Вильгельма Лейбница (1646-1716).

Готфрид Вильгельм Лейбниц родился 1 июня 1646 в городе Лейпциг. Его отец-юрист и профессор философии, умер, когда Лейбницу было 6 лет.

Сначала Лейбниц интересовался только философией. В 1666 году получил звание доктора юридических наук. Первые его математические труды были написаны в 1668 и 1671 годах. Математическое образование Лейбниц получил в Париже и Лондоне. В Париже Лейбниц сделал счетную машину. Создание дифференциального и интегрального исчисления является достижением всей его жизни. Он открыл геометрический смысл производной. Лейбниц пришел к открытию производной при решении вопроса о нахождении касательной к кривой.

Первая печатная работа по дифференциальному исчислению была опубликована Лейбницем в 1684 г., озаглавленная «Новый метод максимумов и минимумов, а также касательных, для которого не являются препятствием дробные и рациональные количества, и особый для этого род исчисления».

Создатель Берлинской академии наук, основоположник дифференциального исчисления, ввёл большую часть современной символики математического анализа.

Умер 14 ноября 1716 в Ганновере.

2. Доклад о жизнедеятельности Исаака Ньютона (1643-1727).

Исаак Ньютон родился в семье бедного фермера в городе Вулсторп. После окончания школы он поступил в Тринити Колледж. Там он получил степень магистра (1668). Затем Ньютон возглавил кафедру математики и физики в Кембриджском университете, которой руководил 32 года.

Исаак Ньютон пришёл к открытию дифференциального исчисления при решении задач о скорости движения материальной точки в данный момент времени (мгновенной скорости). Исаак Ньютон называл производную функции флюксией, а саму функцию – флюентой. Свои результаты в этой области Ньютон изложил в трактате, названном им «Метод флюксий и бесконечных рядов», но его трактат был опубликован лишь посмертно в 1736 г.

Главный его труд - «Математические начала натуральной философии» - оказал колоссальное влияние на развитие естествознания, стал поворотным пунктом в истории естествознания. Ньютон ввёл понятие производной, изучая законы механики, тем самым раскрыл её механический смысл.

Ньютон первый создал основы дифференциального и интегрального исчисления и основы теории всемирного тяготения, новую теорию света и цветов.

В его трудах по математике приведено решение таких вопросов, как нахождение экстремумов функций, точек перегиба, уравнений касательных и приведены методы решения простейших дифференциальных уравнений.

В 1690 году Ньютон был избран членом Академии Наук в Париже.

Великий учёный умер в 1727 году.

### **Журналист журнала "Квант"**

Вы изучаете производную. Мы хотели бы узнать как вы умеете вычислять производную.

*Учитель объясняет задание.*

Задание. *Составь пару*

В клетках таблицы записаны функции. Для каждой функции найдите производную и запишите соответствие клеток. Например:  $(x^5)' = 5x^4$ , ответ: 1- 9; и т.д.

$x^5$	1.	$x^2$	6.	$\frac{1}{x^2}$	11.	a	16.
X	2.	$\sqrt{x}$	7.	- 3	12.	cos x	17.
2x	3.	sin x	8.	- sin x	13.	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	18.
1	4.	$5x^4$	9.	$-\frac{2}{x^3}$	14.	0	19.
2	5.	$-3x^{-4}$	10.	ax	15.	$12x^{-5}$	20.

Ответы: 1-9; 6-3; 11-14; 16-19; 2-4; 7-18; 12-19; 17-13; 3-5; 8-17; 4-19; 5-19; 15-16; 10-20.

Поменяйтесь своими работами и проверьте результаты по слайду. Используя критерии, поставьте оценки товарищу, а вы каждый себе выставьте оценку в оценочный лист.

Учащиеся выставляют в оценочный лист баллы, 1 балл за два правильных ответа.

И выставляют 5 баллов за выступление.

## *Журналист журнала "Квант"*

Вы изучили производную. А так ли это важно в жизни? Применяется ли производная в различных областях науки?

*Производная в физике* Дифференциальное исчисление- это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники.

Производная функции используется всюду, где есть неравномерное протекание процесса: это и неравномерное механическое движение, и переменный ток, и химические реакции и радиоактивный распад вещества.

Механическое движение- это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

Основной характеристикой механического движения служит скорость.

$$v = S'(t)$$

Алгоритм нахождения скорости тела с помощью производной.

Если закон движения тела задан уравнением  $s = s(t)$ , то для нахождения мгновенной скорости тела в какой-нибудь определенный момент времени надо:

1. Найти производную  $s' = f'(t)$ .
2. Подставить в полученную формулу заданное значение времени.

*Учитель. Решите задачу.* Автомобиль приближается к мосту со скоростью 72 км/ч. У моста висит дорожный знак "36км/ч". За 7 сек до въезда на мост, водитель нажал на тормозную педаль. С разрешаемой ли скоростью автомобиль въехал на мост, если тормозной путь определяется формулой  $s=20t-t^2$

Да, т.к. скорость через 7 сек. будет равна 6м/с (21,6 км/ч).

## *Производная в электротехнике*

В наших домах, на транспорте, на заводах: всюду работает электрический ток.

Под электрическим током понимают направленное движение свободных электрически заряженных частиц.

Количественной характеристикой электрического тока является сила тока.

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t}$$
 В цепи электрического тока электрический заряд меняется с течением времени по закону  $q=q(t)$ . Сила тока  $I$  есть производная заряда  $q$  по времени.

В электротехнике в основном используется работа переменного тока.



Электрический ток, изменяющийся со временем, называют переменным. Цепь переменного тока может содержать различные элементы: нагревательные приборы,

$$E_{\text{инд.}} = -\Phi'(t) \quad \text{катушки, конденсаторы.}$$

Получение переменного электрического тока основано на законе электромагнитной индукции, формулировка которого содержит производную магнитного потока.

$$q = \sin(2t - 10) \quad \text{Учитель. Решите задачу.}$$

Заряд, протекающий через проводник, меняется по закону

Найти силу тока в момент времени  $t=5$  сек.

Сила тока равна 2 А

### 3-ий журналист журнала “Техника молодежи”

Молодые инженеры-конструкторы работают над созданием моделей с новыми скоростями. Они предложили на суд читателей задачу:

“Количество электричества, протекающего через проводник, задается формулой  $g(t) = t + 4/t$ . В какой момент времени  $t$  сила тока в цепи равна 0”?

Помогите разобраться в этой задаче и решить её.

Учащиеся решают и отвечают:

Производная – это скорость в момент времени. С движением связаны две величины – путь  $S$ , скорость  $v$ , которые являются функциями времени:

$$S = S(t); v = v(t);$$

Ясно, что  $S$  и  $v$  связаны между собой. Исаак Ньютон в конце XVII века открыл общий способ вычисления скорости по заданному пути. С помощью которого можно для каждой функции  $S$  построить новую функцию  $v$ . Эту функцию называют производной функции  $S$ , а сам переход от  $S$  к  $v$  – дифференцированием:  $v(t) = S'(t)$ .

Сила тока  $I$  – это производная от заряда  $g(t)$

$$\text{Если } g(t) = t + 4/t$$

$$I(t) = g'(t) = (t + 4/t)' = 1 - 4/t^2$$

$$I(t) = 0 \text{ при } 1 - 4/t^2 = 0$$

$$(t^2 - 4) / t^2 = 0$$

$$\begin{cases} t^2 - 4 = 0 \\ t^2 \neq 0 \end{cases} \quad t^2 = 4 \quad t = \pm 2$$

Условию задачи не удовлетворяет  $t = -2$  (с)

Значит, сила тока  $I = 0$ , при  $t = 2$ (с).

**Мы корреспонденты журнала «Лидер»** нуждаемся в вашей помощи. К нам в газету пришло письмо от ученика X класса Иванова Дмитрия, который просит нас помочь разгадать криптограмму

**Учитель.** Всем участникам каждой группы (разбиты на группы) предлагается обобщить и проверить знания в форме криптограммы, составленной по основным понятиям, определениям и терминам, применяемым в дифференциальном исчислении.

Вопросы:

1. ... отношения приращения функции  $D f(x)$  к приращению аргумента  $D x$ , при условии, что он существует и  $D x$  стремится к 0, называется производной функции в точке  $x$ .
2. Экстремальное значение функции.
3. Производная функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  — есть угловой ... касательной  $y = kx + b$ , проведенной к графику функции в точке  $x_0$ .
4. Множество точек координатной плоскости  $(x; y)$ , наглядное изображение функции  $y=f(x)$ .
5. Раздел математики.
6. Физический смысл производной — ... изменения функции.
7. Вид числового промежутка (... возрастания / убывания функции).
8. Положительный знак второй производной характеризует ... функции.
9. Первая из координат точки на плоскости.
10. ... константы равна нулю.
11. Первая русская женщина-математик.
12. Научное изучение.

**Криптограмма**  
(ответы)

1	п	р	е	д	е	л													
2	м	и	н	и	м	у	м												
3	к	о	э	ф	ф	и	ц	и	е	н	т								
4	г	р	а	ф	и	к													
5	а	л	г	е	б	р	а												
6	с	к	о	р	о	с	т	ь											
7	и	н	т	е	р	в	а	л											
8	в	о	г	н	у	т	о	с	т	ь									
9	а	б	с	ц	и	с	с	а											
10	п	р	о	и	з	в	о	д	н	а	я								
11	к	о	в	а	л	е	в	с	к	а	я								
12	и	с	с	л	е	д	о	в	а	н	и	е							

Ключевое слово по вертикали  
: ... — главная часть приращения функции  
Проверка осуществляется с помощью слайда (с комментариями) и выставляются баллы в оценочный лист (2 слова – 1 б.)

### *Заключительная беседа учителя*

Применение производной

Мощность – это производная работы по времени  $P = A'(t)$ .

Сила тока – производная от заряда по времени  $I = q'(t)$ .

Сила – есть производная работы по перемещению  $F = A'(x)$ .

Теплоемкость – это производная количества теплоты по температуре  $C = Q'(t)$ .

Давление – производная силы по площади  $P = F'(S)$

Длина окружности – это производная площади круга по радиусу  $l_{\text{окр}} = S'_{\text{кр}}(R)$ .

Темп роста производительности труда – это производная производительности труда по времени.

Учащиеся записывают в тетрадях.

А успехи в учебе? Это производная роста знаний.

В наши дни без дифференциального исчисления невозможно не только рассчитать работу железнодорожного транспорта, космические траектории, бег океанской волны и закономерности развития циклона, но и экономично управлять производством, распределением ресурсов, организацией технологических процессов, прогнозировать течение или изменение численности различных и взаимосвязанных в природе видов животных и растений, потому что все это – динамические процессы.

### *Подведение итогов урока*

И, наконец, после “всяких умных вещей” немного юмора. На экране представлены графики зависимости уровня ваших знаний от времени, в интервале от начала урока до его завершения. Пожалуйста, выберите тот график, который, на ваш взгляд, наиболее близок вам, принимая во внимание их разный характер.

Имеют ли они отношение к теме нашего урока?

Можно ли по этим графикам судить о скорости приращения наших знаний в ходе урока?

Если - да, то как? Какой же график выбран вами? Если вы выбрали график 1 – это означает, что мы достигли цели и решили задачи, поставленные в начале урока



