

государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Самарской области «Самарский колледж сервиса производственного оборудования
имени Героя Российской Федерации Е.В. Золотухина»

Комплект контрольно-оценочных средств
по учебной дисциплине
«Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»
ПССЗ по всем специальностям

2018 г.

ОДОБРЕНО

предметно-цикловой комиссией

Ешманова С.В. Ешманская
« 28 » августа 2018г.Составлено в соответствии с ФГО
специальности (профессии)
Рекомендовано к использованию решением
Методического совета № 1
от « 31 » 08 2018 г.

Председатель совета Зам. директора по УМР

Квиткова С.И.
« 31 » 08 2018 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств.....
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке
3. Оценка освоения учебной дисциплины
3.1. Формы и методы оценивания.....
3.2. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины.....
4. Контрольно-оценочные материалы для итоговой аттестации по учебной дисциплине.....

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

В результате освоения учебной дисциплины «*Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия*» обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС следующими умениями, знаниями:

Должен знать:

- З 1.** Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- З 2.** Значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- З 3.** Универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимости во всех областях человеческой деятельности
- З 4.** Вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

Должен уметь:

- У 1.** Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приёмы; сравнивать числовые выражения
- У 2.** Находить значение корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближённой оценкой при практических расчётах
- У 3.** Выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций
- У 4.** Вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции
- У 5.** Определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках
- У 6.** Строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций
- У 7.** Использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин
- У 8.** Находить производные элементарных функций
- У 9.** Использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков
- У 10.** Применять производную для проведения приближённых вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения
- У 11.** Вычислять в простейших случаях площади и объёмы с использованием определённого интеграла
- У 12.** Умение решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы
- У 13.** Использовать графический метод решения уравнений и неравенств
- У 14.** Изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными
- У 15.** Решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах
- У 16.** Решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул
- У 17.** Вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчёта числа исходов
- У 18.** Распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трёхмерные объекты с их описаниями,
- У 19.** Описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении

- У 20.** Анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве
- У 21.** Изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач
- У 22.** Строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды
- У 23.** Решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов)
- У 24.** Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
- У 25.** Проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач
- У 26.** Использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

Формой аттестации по учебной дисциплине является **экзамен**

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

По учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний:

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции	Показатели оценки результата	Форма контроля и оценивания
Уметь:		
У 1. Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приёмы; сравнивать числовые выражения	-Выполняет арифметические действия над действительными числами. –Находит приближённые значения величин. -Сравнивает числовые выражения.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 2. Находить значение корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближённой оценкой при практических расчётах	- Находит значения квадратного корня из действительного числа. - Находит корень n - ой степени из действительного числа. - Вычисляет значения степени с любым показателем. - Находит логарифм положительного числа по положительному и отличному от 1 основанию a ; по основанию 10. - Вычисляет значения тригонометрических выражений.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 3. Выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций	- Преобразовывает выражения, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 4. Вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции	- Вычисляет значения функций по заданному значению аргумента.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 5. Определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках	- Определяет основные свойства числовых функций. - Иллюстрирует основные свойства функции по графику.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 6. Строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций	-строит графики изученных функций -использует свойства элементарных функций	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 7. Использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин	- Описывает и анализирует зависимости величин, входящих в понятие функции.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 8. Находить производные элементарных функций	- Находит производные элементарных функций.	МД, Т, СР, ПР, З, КР

У 9. Использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков	- использует производную для изучения свойств функций и построения графиков	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 10. Применять производную для проведения приближённых вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения	- Вычисляет приближённые значения с помощью производной. - Решает задачи прикладного характера. - Решает задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 11. Вычислять в простейших случаях площади и объёмы с использованием определённого интеграла	- Вычисляет определённый интеграл. - Вычисляет площади и объёмы простейших фигур с использованием определённого интеграла.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 12. Умение решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы	- Решает рациональные уравнения и неравенства. - Решает показательные уравнения и неравенства. - Решает логарифмические уравнения и неравенства. - Решает тригонометрические уравнения и неравенства. - Решает системы показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 13. Использовать графический метод решения уравнений и неравенств	- Решает уравнения и неравенства графическим методом.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 14. Изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными	- Изображает на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 15. Решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах	- Составляет и решает уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в задачах.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 16. Решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул	- Решает задачи комбинаторики с использованием числа сочетаний и размещений из n элементов.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 17. Вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчёта числа исходов	- Вычисляет вероятности событий на основе правила умножения	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 18. Распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трёхмерные объекты с их описаниями,	- Изображает на плоскости пространственные формы изображениями	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 19. Описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать	- Изображает взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	МД, Т, СР, ПР, З, КР

свои суждения об этом расположении		
У 20. Анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве	- Строит и анализирует взаимное расположение объектов в пространстве.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 21. Изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач	- Строит многогранники и круглые тела. - Выполняет чертежи по условиям задачи.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 22. Строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды	-Строит простейшие сечения куба, призмы, пирамиды.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 23. Решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов)	- Решает задачи на нахождение геометрических величин.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 24. Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы	- Решает задачи стереометрии, опираясь на знания по планиметрии	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 25. Проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач	- Решает задачи на доказательство.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
У 26. Использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	- Решает нестандартные задачи практического содержания.	МД, Т, СР, ПР, З, КР
Знать:		
З 1. Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе	-Знает значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; - Знает соотношение широты и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе	МД, Т, СР, ПР, З, КР
З 2. Значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии	-Сопоставляет значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; -Знает историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии	МД, Т, СР, ПР, З, КР
З 3. Универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимости во всех областях человеческой деятельности	Знает универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимости во всех областях человеческой деятельности	МД, Т, СР, ПР, З, КР
З 4. Вероятностный характер различных процессов окружающего мира.	- Формулирует классическое определение вероятности	МД, Т, СР, ПР, З, КР

3. Оценка освоения учебной дисциплины:

3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине
«Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»

При изучении учебной дисциплины предусмотрены следующие виды текущего контроля знаний обучающихся:

Тесты - контроль, проводимый после изучения материала, предполагает выбор и обоснование правильного ответа на вопрос;

Устный опрос – контроль, проводимый после изучения материала в виде ответов на вопросы, позволяет не только проконтролировать знание темы урока, но и развивать навыки свободного общения, правильной устной речи;

Письменный контроль – выполнение практических работ по отдельным темам, самостоятельных работ, контрольных работ позволяет выявить уровень усвоения теоретического материала и умение применять полученные знания на практике;

Итоговый контроль по дисциплине проводится в форме экзаменационной работы-теста.

№	Тип (вид) задания	Проверяемые знания и умения	Критерии оценки
1	Тесты	Знание основ математического анализа	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 60% правильных ответов «2» - 59% и менее правильных ответов
2	Математический диктант	Знание таблицы производных, правил дифференцирования, таблицы интегралов	5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
3	Устный опрос	Знание правил нахождения пределов функции, определения производной; алгоритмов вычисления площадей криволинейных	За правильный ответ ставится положительная оценка

		трапеций и решения дифференциальных уравнения с разделяющимися переменными	
4	Практическая работа	Умения самостоятельно выполнять практические задания	Выполнение работы (не менее 80%) – положительная оценка
5	Контрольная работа	Знания и умения, формируемые при изучении темы.	Выполнение работы (не менее 60%) – положительная оценка
	Самостоятельная работа	Знание правил оформления рефератов, графических работ	Положительная оценка ставится при соблюдении правильности расчетов и построении графиков

3.2. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

Тема Производная

1. Математический диктант:

- ✓ Производная частного

- ✓ Производная линейной функции $y = kx + b$
- ✓ Производная $y = x^n$
- ✓ Производная $y = C$
- ✓ Производная $y = x^5 - 2x^2$

Время выполнения – 10 мин.

Критерии оценки:

за пять правильно написанных формул оценка – отлично;
за четыре правильно написанных формул оценка – хорошо;
за три правильно написанных формул оценка – удовлетворительно;
менее трех написанных формул оценка – неудовлетворительно;

Тема Интеграл

1. Математический диктант:

1. $\int x^n dx$;
2. $\int \cos x dx$;
3. $\int e^x dx$
4. $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$;
5. $\int dx$;
6. $\int \sqrt[4]{x} dx$;
7. $\int \cos 7x dx$;
8. $\int \frac{x^2 - 1}{x + 1} dx$.

Критерии оценки:

за восемь правильно написанных формул оценка – отлично;
за шесть или семь правильно написанных формул оценка – хорошо;
за четыре или пять правильно написанных формул оценка – удовлетворительно;
менее четырех написанных формул оценка – неудовлетворительно;

Тема Производная. Интеграл

Тест

1. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2+x)(3+x)}{4-x^2}$ равно:

- 1) $\frac{1}{4}$
- 2) $-\frac{1}{4}$

- 3) 0
- 4) ∞

2. Производная функции $y = x^2 \cdot e^x$ имеет вид:

- 1) $y' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$
- 2) $y' = 2x \cdot e^x$
- 3) $y' = 2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x$
- 4) $y' = 2x + e^x$

3. Производная функции $y = \sin 8x$ имеет вид:

- 1) $y' = 8 \cos 8x$
- 2) $y' = 8 \sin 8x$
- 3) $y' = -8 \cos 8x$
- 4) $y' = \cos 8x$

5. Производная функции $y = x^2 - 3x + 1$ имеет вид:

- 1) $2x$
- 2) $2x - 3$
- 3) $x - 3$

4. Угловым коэффициентом касательной к графику функции $y = x^2 + 2x - 4$ в точке $x_0 = -1$ равен:

- 1) -3
- 2) 0
- 3) 2
- 4) -4

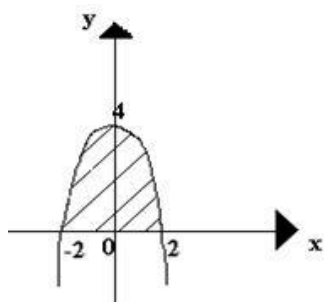
5. Множество всех первообразных функции $y = 2x$ имеет вид

- 1) 2
- 2) x^2
- 3) $2x^2 + c$
- 4) $x^2 + c$

6. Определенный интеграл $\int_1^2 4x^3 dx$ равен

- 1) 17
- 2) 16
- 3) 15
- 4) 36

7. Площадь криволинейной трапеции D определяется интегралом



- 1) $\int_0^4 (4 - x^2) dx$
- 2) $\int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$
- 3) $\int_{-2}^0 (4 - x^2) dx$
- 4) $\int_0^2 (4 - x^2) dx$

Время выполнения: 45 мин.

Критерии оценки:

за восемь правильно выполненных заданий оценка – отлично;
за шесть или семь правильно выполненных заданий оценка – хорошо;
за четыре или пять правильно выполненных заданий оценка – удовлетворительно;
менее четырех заданий оценка – неудовлетворительно

Самостоятельные и контрольные работы

Самостоятельная работа «Прямые и плоскости в пространстве».

1 вариант

Уровень А.

1. Написать обозначение прямых.
2. Написать обозначение плоскостей.
3. Сколько плоскостей можно провести через одну прямую?
4. Сколько плоскостей можно провести через две параллельные прямые?
5. Сколько плоскостей можно провести через две пересекающиеся прямые?
6. Сколько плоскостей можно провести через две скрещивающиеся прямые?
7. Прямые a и b параллельны прямой c . Как расположены между собой прямые a и b ?
8. Две плоскости параллельны одной прямой. Параллельны ли они между собой?
9. У треугольника основание равно 18 см. Чему равна средняя линия треугольника?
10. Стороны основания трапеции равны 12 см и 7 см. Чему равна средняя линия трапеции?
11. У данного четырехугольника противоположные стороны равны и параллельны. Диагонали равны 15 см и 13 см. Является ли четырехугольник прямоугольником?

Уровень В.

12. Точки K, M, P, T не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые KM и PT пересекаться? Ответ обосновать.
13. Схематично изобразить плоскость в виде параллелограмма. Вне ее построить отрезок AB , не параллельный ей. Через концы отрезка AB и его середину M провести параллельные прямые, пересекающие плоскость в точках A_1, B_1 и M_1 . Найти длину отрезка MM_1 , если $AA_1 = 13$ м, $BB_1 = 7$ м.

Уровень С.

14. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка P . Две прямые, проходящие через точку P пересекают ближнюю к точке P плоскость в точках A_1 и A_2 , а дальнюю в точках B_1 и B_2 соответственно. Найдите длину отрезка B_1B_2 , если $A_1A_2 = 6$ см и $PA_1 : A_1B_1 = 3 : 2$.

2 вариант

Уровень А.

1. Написать обозначение плоскостей.
2. Написать обозначение прямых.
3. Сколько плоскостей можно провести через три точки?
4. Могут ли прямая и плоскость иметь две общие точки?
5. Сколько плоскостей можно провести через прямую и не лежащую на ней точку?
6. Сколько может быть общих точек у прямой и плоскости?
7. Всегда ли через две параллельные прямые можно провести плоскость?
8. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости??
9. Плоскость $\alpha \parallel \beta$, прямая m лежит в плоскости α . Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β ?
10. У треугольника основание равно 10 см. Чему равна средняя линия треугольника?
11. Стороны основания трапеции равны 13 см и 4 см. Чему равна средняя линия трапеции?

Уровень В.

12. Прямые EN и KM не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые EM и NK пересекаться? Ответ обосновать.

13. Схематично изобразить плоскость в виде параллелограмма. Вне ее построить отрезок АВ, не параллельный ей. Через концы отрезка АВ и его середину М провести параллельные прямые, пересекающие плоскость в точках А₁, В₁ и М₁. Найти длину отрезка ММ₁, если АА₁= 3 м, ВВ₁= 17 м.

Уровень С.

14. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка Р. Две прямые, проходящие через точку Р пересекают ближнюю к точке Р плоскость в точках А₁ и А₂, а дальнюю в точках В₁ и В₂ соответственно. Найдите длину отрезка В₁В₂, если А₁А₂ = 10 см и РА₁ : А₁В₁ = 2 : 3.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 11	11	Каждый правильный ответ 1 балл
12 - 13	4	Каждый правильный ответ 2 балла
14	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 18 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5» (отлично)	17-18
« 4» (хорошо)	14-16
« 3» (удовлетворительно)	11-13
« 2 « (неудовлетворительно)	менее 11

Характеристика основных видов учебной деятельности студента: У8, У9, З1, З2, З3

Тест. Комбинаторика

1 вариант

1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?

1) 30 2) 100 3) 120 4) 5

2. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

1) 128 2) 35960 3) 36 4) 46788

3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?

1) 10 2) 60 3) 20 4) 30

4. Вычислить: 6! - 5!

1) 600 2) 300 3) 1 4) 1000

5. Решить относительно n уравнение: $P_{n+2} / P_n = 12$

1) 8 2) 9 3) 7 4) 2

6. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?

1) 0,1 2) 0,5 3) 0,125 4) 0,625

7*. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?

0,02 2) 0,00012 3) 0,0008 4) 0,002

2 вариант

1. Сколькими различными пятизначными числами можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

1) 100 2) 30 3) 5 4) 120

2. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

1) 3 2) 6 3) 2 4) 1

3. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков.

1) 10000 2) 60480 3) 56 4) 39450

4. Вычислите: 6! + 4!

1)544 2) 10 3) 30 4) 744

5. Решить относительно n уравнение $1/P_n - 4 = 20/P_n - 2$

1)2 2)4 3) 12 4) 7

6. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что выпадут две четные цифры?

1) 0,25 2)0,0625 3) 0,5 4) 0,125

7*. В корзине лежат грибы, среди которых 10% белых и 40% рыжих. Какова вероятность того, что выбранный гриб белый или рыжий?

1) 0,5 2) 0,4 3) 0,04 4) 0,8

Критерии оценки

Отметка	«3»	«4»	«5»
I часть	4 задания	4 задания	4 задания
II часть		1 задание	2 задания
За верно выполненное задание 7* ученик получает дополнительную отметку			

Ответы

Вариант 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	2	4	1	4	3	4

Вариант 2

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	4	1	2	4	4	1	1

Характеристика основных видов учебной деятельности студента: У1, У2, У7, 31, 32

Самостоятельная работа Координаты и векторы

1 вариант

Уровень А.

Заполните пропуски.

1. Вектором на плоскости называется ...
2. Вектор изображается ...
3. Модулем вектора называется ...
4. Два вектора в пространстве называются противоположно направленными, если ...
5. При умножении вектора на число ...
6. Два вектора считаются равными, если ...
7. Нулевой вектор коллинеарен вектору.

Уровень В.

8. Найдите координаты вектора \vec{AB} , если $A(5;-1;3)$ и $B(2;-2;4)$.

9. Даны векторы $\vec{b} = \{3; 1; -2\}$ и $\vec{c} = \{1; 4; -3\}$. Найдите $|\vec{2b} - \vec{c}|$.

10. Даны точки $A(0; 0; 2)$ и $B(1; 1; -2)$. На оси OY найдите точку $M(0; y; 0)$, равноудалённую от

точек A и B . Точка O – начало координат.

Уровень С.

11. Являются ли векторы AB и CE коллинеарными, если $A(5;-1;3)$, $B(2;-2;4)$, $C(3;1;2)$, $E(6;1;1)$?

2 вариант

Уровень А.

Заполните пропуски.

1. Вектором в пространстве называется ...
2. Вектор обозначается ...
3. Длиной вектора называется ...
4. Два вектора в пространстве называются одинаково направленными, если ...
5. Для того, чтобы сложить два вектора, нужно ...
6. Нулевым вектором называется ...
7. Два вектора называются коллинеарными, если ...

Уровень В.

8. Найдите координаты вектора \vec{CD} , если $C(6;3;-2)$ и $D(2;4;-5)$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{5; -1; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; 2; -4\}$. Найдите $|\vec{a} - 2\vec{b}|$.

10. Даны точки $A(0; -2; 0)$ и $B(1; 2; -1)$. На оси OZ найдите точку $M(0; 0; z)$, равноудалённую от точек A и B . Точка O – начало координат.

Уровень С.

11. Являются ли векторы AB и CM коллинеарными, если $C(5;-1;3)$, $M(2;-2;4)$, $A(1;-2;3)$ и $B(-5;4;5)$?

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
1 - 7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
8 - 10	6	Каждый правильный ответ 2 балла
11	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 16 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	16 - 15
« 4 » (хорошо)	14 - 13
« 3 » (удовлетворительно)	12 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
1	направленный отрезок	направленный отрезок
2	\vec{a}, \rightarrow	
3	длина вектора	длина отрезка
4	коллинеарны и их направления не совпадают	их направления совпадают
5	на это число умножаются координаты вектора	сложить их координаты
6	они сонаправлены и их длины равны	вектор, у которого начало и конец совпадают
7	любому	они лежат на параллельных или на одной прямой
8	$\vec{AB} = \{-3; -1; 1\}$	$\vec{CD} = \{-4; 1; -3\}$
9	$2\vec{b} - \vec{c} = \{5; -2; -1\}, 2\vec{b} - \vec{c} = \sqrt{30}$	$\vec{a} - 2\vec{b} = \{-1; -5; 10\}, \vec{a} - 2\vec{b} = \sqrt{126}$
10	$M(0; 1; 0)$	$M(0; 0; -1)$
11	не коллинеарны	коллинеарны

Характеристика основных видов учебной деятельности студента: У1, У2, У6, У8, У3, У4

Контрольная работа 1

Вариант - 1

1. Отрезок длиной 1м не пересекает плоскость, концы его удалены от плоскости на 0,5 и 0,3м. Найдите длину проекции отрезка на плоскость.

2. Верхние концы двух вертикально стоящих столбов, удалённых на расстояние 3,4м, соединены перекладиной. Высота одного столба 5,8м, а другого 3,9м. Найдите длину перекладины.

3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 10см и 17см. разность проекций этих наклонных равна 9см. Найдите наклонные.

Вариант – 2

1. Телефонная проволока длиной 15м протянута от телефонного столба, где она

прикреплена на высоте 8м от поверхности земли, к дому, где её прикрепили на высоте 20м. Найдите расстояние между столбом и домом, предполагая, что проволока не провисает.

2. Из точек А и В опущены перпендикуляры на плоскость α . Найдите расстояние между точками А и В, если перпендикуляры равны 3м и 2м, расстояние между их основаниями равно 2,4м, а отрезок АВ не пересекает плоскость.

3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 26см больше другой. Проекции наклонных равны 12см и 40см, найдите наклонные.

Время на выполнение: 40 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
У18 Умение распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трёхмерные объекты с их описаниями, изображениями	- Изображение на плоскости пространственных фигур
У20 Умение анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве	- Построение и анализ взаимного расположения объектов в пространстве
У23 Умение решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов)	- Решение задач на нахождение геометрических величин
У24 Умение использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы	- Решение задач стереометрии, опираясь на знания по планиметрии
У25 Умение проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач	- Решение задач на доказательство

Контрольная работа 2

Вариант -1

1. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 6м и 8м, образующий угол 30°, боковое ребро 5м. Определить полную поверхность параллелепипеда.

2. В наклонной треугольной призме расстояние между боковыми рёбрами равны 10см, 17см и 21см, а боковая поверхность равновелика перпендикулярному сечению. Определить боковое ребро.

Вариант -2

1. Определить боковую поверхность правильной четырёхугольной пирамиды, если её высота равна 4см, а сторона основания 6см.

2. В прямой треугольной призме стороны основания 18см, 20см и 34см, а боковая поверхность равновелика основанию. Определить высоту призмы.

Время на выполнение: 40 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Контрольная работа 3

Вариант – 1

1. Прямоугольник, стороны которого 3см и 5см, вращается вокруг большей стороны.

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата
У18 Умение распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трёхмерные объекты с их описаниями, изображениями	- - Изображение на плоскости пространственных форм.
У21 Умение изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач	- Построение многогранников - Выполнение чертежей по условиям задачи.
У23 Умение решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)	- Решение задач на нахождение геометрических величин
У24 Умение использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы	- Решение задач стереометрии, опираясь на знания по планиметрии

Найдите: а) объём полученного цилиндра;
б) площадь боковой поверхности.

2. Боковая поверхность конуса $15\pi \text{ см}^2$, а радиус основания 3см. Найти объём конуса.
3. В шаре на расстоянии 3см от центра проведено сечение, площадь которого $16\pi \text{ см}^2$. Найдите объём шара.
4. Поверхность шара $36\pi \text{ см}^2$. Найдите объём шара.

Вариант – 2

1. Прямоугольный треугольник, катеты которого 3см и 4см, вращается вокруг большего катета. Найдите: а) объём полученного конуса;
б) площадь его полной поверхности.
2. Боковая поверхность цилиндра $30\pi \text{ см}^2$. Радиус его основания 3см. Найдите объём цилиндра.
3. В шаре на расстоянии 8см от центра проведено сечение, длина окружности которого равна $12\pi \text{ см}$. Найдите поверхность шара.
4. Объём шара равен $36\pi \text{ см}^3$. Найдите поверхность этого шара.

Перечень объектов контроля и оценки

У1, У 21, У 23, У 24, У 26

Практические занятия
Практическое занятие №1
Тема: «Иррациональные уравнения»

Цели работы: закрепить навыки решения иррациональных уравнений.

Краткое содержание материала

Уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня называются иррациональными.

Иррациональные уравнения часто получаются при решении различных задач. Решение иррациональных уравнений основано на следующем свойстве: при возведении обеих частей уравнения в натуральную степень получается уравнение – следствие данного.

При возведении обеих частей уравнения в натуральную степень может получиться уравнение не равносильное данному.

При возведении обеих частей уравнения в натуральную степень возможно появление посторонних корней. Поэтому необходимо выполнить проверку, подставив найденные корни в исходное уравнение.

Примеры:

1. $\sqrt{x+2} = x$ возведем обе части уравнения в квадрат

$$x+2 = x^2, x^2 - x - 2 = 0, x_1 = -1, x_2 = 2$$

Проверка: 1) $\sqrt{-1+2} = -1, 1 \neq -1$ посторонний корень

$$2) \sqrt{2+2} = 2, \quad 2 = 2$$

Ответ: 2

$$2. \sqrt{x^2+5x+1} + 1 - 2x = 0$$

$$\sqrt{x^2+5x+1} = 2x-1, x^2+5x+1 = ((2x-1))^2, x^2+5x+1 = 4x^2-4x+1$$

$$x(x-3) = 0, x_1 = 0, x_2 = 3$$

Проверка: $\sqrt{0^2+5 \cdot 0+1} = 2 \cdot 0 - 1, 1 \neq -1$

$$\sqrt{3^2+5 \cdot 3+1} = 2 \cdot 3 - 1, 5 = 5$$

Ответ: 3

Задания для самостоятельной работы:

Решите уравнения:

$$1. \sqrt{x+1} = 5$$

$$2. \sqrt{x-3} = 4$$

$$3. \sqrt{x+2} = \sqrt{2x-3}$$

$$4. \sqrt[3]{x-9} = -3$$

$$5. \sqrt{9-x^2} = \sqrt{x+9}$$

$$6. \sqrt{x+1} = x-5$$

$$7. x + \sqrt{2x+3} = 6$$

$$8. \sqrt{2x+1} = \sqrt{x^2-2x+4}$$

$$9. x = \sqrt[3]{x^3+x^2-6x+8}$$

$$10. \sqrt{x} - x = -12$$

$$11. x + \sqrt{x} = 2(x-1)$$

$$12. \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+6} = 6$$

Практическое занятие №2

Тема: «Показательные уравнения и неравенства»

Цели работы: сформировать умения и навыки решения показательных уравнений и неравенств

Краткое содержание материала:

1. Уравнения, в которых переменная содержится в показателе степени называются показательными

Простейшее показательное уравнение $a^x = b$, при $b > 0$ уравнение имеет один корень, при $b \leq 0$ нет корней

Решение показательных уравнений часто сводится к решению уравнения $a^x = a^b$, где $a > 0, a \neq 1, x$ – неизвестное. Это уравнение решается с помощью свойства степени: степени с одинаковым основанием ($a > 0, a \neq 1$) равны тогда и только тогда, когда равны их показатели.

2. Неравенство, содержащее переменную в показателе степени, называется показательным

Решение показательных неравенств вида $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ (где $a > 0, a \neq 1$) основано на следующих утверждениях:

Если $a > 1$, то неравенства $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ и $f(x) < g(x)$ равносильны;

если $0 < a < 1$ то неравенства $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ и $f(x) > g(x)$ равносильны. Это следует из того, что при $a > 1$, показательная функция возрастает, а при $0 < a < 1$, убывает

Примеры

Решите уравнения

1. $2^{3x-8} = 64$, т.к. $64 = 8 \cdot 8 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^6$, то $2^{3x-8} = 2^6$, мы привели обе части уравнения к одинаковому основанию, а так как степени равны, равны их основания, то равны и показатели степеней, т.е. $3x - 8 = 6$; $\Rightarrow 3x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

Показатель степени может быть любым числом, поэтому проверку делать не надо.

Ответ: $4\frac{2}{3}$

2. $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-1} - 2 \cdot 3^{2x-2} = 1$ используя свойства степени, имеем $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x} \cdot 3^{-1} - 2 \cdot 3^{2x} \cdot 3^{-2} = 1$ в левой части каждое слагаемое содержит общий множитель 3^{2x} . Вынесем 3^{2x} за скобки,

получим: $3^{2x}(1 - 2 \cdot 3^{-1} - 2 \cdot 3^{-2}) = 1$; $3^{2x}\left(1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{9}\right) = 1$; $3^{2x} \cdot \frac{9-6-2}{9} = 1$

$$3^{2x} \cdot \frac{1}{9} = 1 \quad 3^{2x} = 9 \quad 3^{2x} = 3^2$$

$$2x = 2 \quad x = 1$$

Ответ: $x = 1$. Этот метод называется – метод вынесения общего множителя за скобки

3. $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$ так как $4^{2x} = (4^x)^2$, то уравнение $2 \cdot (4^x)^2 - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$

представляет квадратное уравнение относительно 4^x . Пусть $4^x = t$,

тогда $2 \cdot t^2 - 17t + 8 = 0$ решаем квадратное уравнение относительно переменной t .

$$D = 17^2 - 4 \cdot 8 \cdot 2 = 289 - 64 = 225$$

$$t_{1,2} = \frac{17 \pm 15}{4}; \quad t_1 = 8; \quad t_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Подставим значения t в равенство $4^x = t$

$$4^x = 8 \Rightarrow 2^{2x} = 2^3; \quad 2x = 3; \quad x = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$4^x = \frac{1}{2}; \quad 2^{2x} = 2^{-1}; \quad 2x = -1; \quad x = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $x = 1,5$; $x = -0,5$.

4. Решите неравенство

$\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^2$; $a = \frac{1}{2}$, так как $0 < a < 1$, то $y = a^x$ убывает, а значит $x < 2$

Ответ: $(-\infty; 2)$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Решить уравнения:

1) $8^x = 64$;

2) $2^{x+1} = 32$;

3) $7^x = \frac{1}{343}$;

4) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$;

5) $3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}$;

6) $3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$;

Решить неравенства:

1) $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$;

2) $11^{2x^2+3x} \leq 121$;

3) $0,9^{x^2-4x} < \left(\frac{10}{9}\right)^3$;

2 вариант

Решить уравнения:

1) $0,5^x = 0,125$;

2) $3^{x-2} = 81$;

3) $\left(\frac{1}{6}\right)^x = 36$;

4) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$;

5) $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$;

6) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

Решить неравенства:

1) $0,5^{4x+3} \geq 0,5^{6x-1}$;

2) $7^{x^2-5x} < \left(\frac{1}{7}\right)^6$;

3) $14^{x^2+x} \leq 196$.

Практическое занятие №3

Тема: «Логарифмы и их свойства»

Цели работы: сформировать умения и навыки преобразовывать выражения, используя определение логарифма и свойства логарифма.

Краткое содержание материала:

Логарифмом положительного числа b по основанию a , где $a > 0$, $a \neq 1$ называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b .

$a^{\log_a b} = b$ - основное логарифмическое тождество

Действие нахождения логарифма числа называют логарифмированием.

Свойства:

1. $\log_a 1 = 0$

2. $\log_a a = 1$

3. $\log_a x y = \log_a x + \log_a y$

$$4. \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$5. \log_a x^p = p \log_a x$$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Вычислите

$$1. \log_8 64$$

$$2. \log_6 1$$

$$3. \log_6 \frac{1}{36}$$

$$4. \log_5 5$$

$$5. 10^{\log_{10} 2}$$

$$6. \log_6 2 + \log_6 3$$

$$7. \lg 25 + \lg 4$$

$$8. \log_{12} 2 + \log_{12} 72$$

$$9. \log_5 75 - \log_5 3$$

$$10. \log_2 7 - \log_2 \frac{7}{16}$$

2 вариант

Вычислите

$$1. \log_{\sqrt{2}} 1$$

$$2. \lg 0,01$$

$$3. \log_{20} 5 + \log_{20} 4$$

$$4. 5^{\log_5 6}$$

$$5. 2^{3+\log_2 9}$$

$$6. \lg 0,5 + \lg 2$$

$$7. \log_2 15 - \log_2 30$$

$$8. \log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$$

$$9. \log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8$$

3 вариант

Вычислите

$$1. \log_2 \frac{1}{32}$$

$$2. \log_{\sqrt{5}} 1$$

$$3. 3^{4\log_3 2}$$

$$4. 13^{\log_{13} 4-2}$$

$$5. \log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$$

$$6. \log_{\frac{1}{2}} 28 - \log_{\frac{1}{2}} 7$$

$$7. \log_{\sqrt{7}} 49$$

$$8. \log_{\frac{3}{2}} \frac{64}{729}$$

9. Известно, что $\log_5 2=a$, $\log_5 3=v$. Выразите через a и v $\log_5 72$; $\log_5 30$

Практическое занятие №4

Тема: «Логарифмические уравнения»

Цели работы: закрепить приёмы решения логарифмических уравнений

Краткое содержание материала:

Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим.

Простейшим логарифмическим уравнением служит уравнение вида $\log_a x = b$ (где $a > 0, a \neq 1$)

Решение логарифмического уравнения вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ основано на том, что такое уравнение равносильно уравнению $f(x) = g(x)$ при дополнительных условиях $f(x) > 0, g(x) > 0$.

Найденные корни необходимо проверить, подставив их в исходное уравнение. Можно выявить посторонние корни и с помощью нахождения области определения исходного уравнения (эта область задается системой неравенств $f(x) > 0, g(x) > 0$).

Пример:

$$1. \log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 6) = -2$$

По определению логарифма можно записать,

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = x^2 + 6$$

$$x^2 + 6 = 16$$

$$x^2 + 6 - 16 = 0$$

$$x^2 - 10 = 0$$

$x = \pm\sqrt{10}$ надо помнить, что логарифмы отрицательных чисел не существует. Так

как $x^2 + 6 > 0$ всегда, то полученные значения $x = \pm\sqrt{10}$ оба являются корнями уравнения.

Ответ: $\pm\sqrt{10}$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Решить уравнение:

$$1. \log_2(4-x) = 2;$$

$$2. \log_{\frac{1}{4}}(x-3) = -1;$$

$$3. \log_2(x^2 - 3x - 10) = 3;$$

$$4. \log_{0,3}(-x^2 + 5x + 7) = \log_{0,3}(10x - 7);$$

$$5. \log_3 x = \log_3 30 - \log_3 10;$$

$$6. \log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0;$$

$$7. \log_2^2 x - 7\log_2 x + 12 = 0;$$

2 вариант

Решить уравнение:

$$1. \log_4(x+1) = 1;$$

$$2. \log_{\frac{1}{3}}(2x-5) = -1;$$

$$3. \log_{\frac{1}{7}}(x^2 + x - 5) = -1;$$

$$4. \log_{0,2}(-x^2 + 4x + 5) = \log_{0,2}(-x - 31);$$

$$5. \log_4(x^2 + 1) = \log_4 13 + \log_4 2;$$

$$6. \log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0;$$

$$7. \log_2^2 x - 6\log_2 x + 8 = 0.$$

Практическое занятие №5

Тема: «Логарифмические неравенства»

Цели работы: закрепить приёмы решения логарифмических неравенств

Краткое содержание материала:

Неравенство, содержащее переменную под знаком логарифма называется логарифмическим.

Решение логарифмических неравенств основано на том, что функция $y = \log_a x$ при $a > 1$ является возрастающей, а при $0 < a < 1$ убывающей.

Обычный способ решения неравенств заключается в переходе от логарифмических неравенств к более простому неравенству или системе неравенств, имеющей то же самое множество решений, т.е. к равносильному неравенству или к равносильной системе неравенств.

1) если $a > 1$, то переходим к следующему неравенству $f(x) < g(x)$, $f(x) > 0$, $g(x) > 0$

2) если $0 < a < 1$, то переходим к следующему неравенству $f(x) > g(x)$, $f(x) > 0$, $g(x) > 0$

Пример:

Решите неравенство:

$$\log_3(2x - 5) < 2, a = 3, 3 > 1 \text{ значит}$$

$$\begin{cases} 2x - 5 > 0, \\ 2x - 5 < 9 \end{cases} \begin{cases} 2x > 5, \\ 2x < 14 \end{cases} \begin{cases} x > 2.5, \\ x < 7 \end{cases} \quad 2,5 < x < 7$$

Ответ: (2,5;7)

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Решить неравенство:

1. $\log_2 x \geq 4$;

2. $\log_{\frac{1}{2}} x \leq -3$;

3. $\lg x > 2$;

4. $\log_5 x > \log_5(3x-4)$;

5. $\log_3(8-6x) \leq \log_3 2x$;

6. $\log_2(5x-9) \leq \log_2(3x+1)$;

7. $\log_{0,6}(6x-x^2) > \log_{0,6}(-8-x)$;

2 вариант

Решить неравенство:

1. $\log_2 x \leq 3$;

2. $\log_{\frac{1}{3}} x \leq -3$;

3. $\lg x < 1$;

4. $\log_{0,6}(2x-1) < \log_{0,6} x$;

5. $\log_{\frac{1}{3}}(5x-9) \geq \log_{\frac{1}{3}} 4x$;

6. $\log_{2,5}(6-x) \leq \log_{2,5}(4-3x)$;

7. $\lg(x^2-8) \leq \lg(2-9x)$;

8. $\log_{\frac{1}{2}}^2 x + 3\log_{\frac{1}{2}} x < -2$

Практическое занятие №6

Тема: «Прямые и плоскости в пространстве»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Прямая и плоскость называются параллельными, если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.

Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.

Две прямые называются перпендикулярными, если они пересекаются под прямым углом. Прямая, пересекающая плоскость, называется перпендикулярной этой плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, которая лежит в данной плоскости и проходит через точку пересечения данной прямой и плоскости.

Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными, если третья плоскость, перпендикулярная прямой пересечения этих плоскостей, пересекает их по перпендикулярным прямым.

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Отрезок длиной 1м не пересекает плоскость, концы его удалены от плоскости на 0,5 и 0,3м. Найдите длину проекции отрезка на плоскость.

2. Верхние концы двух вертикально стоящих столбов, удалённых на расстояние 3,4м, соединены перекладиной. Высота одного столба 5,8м, а другого 3,9м. Найдите длину перекладины.

3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 10см и 17см. разность проекций этих наклонных равна 9см. Найдите наклонные.

4. Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN. В плоскости β из точки A проведён перпендикуляр AB к прямой MN и из той же точки A проведён перпендикуляр AC к плоскости α . Докажите, что угол ABC – линейный угол двугранного угла AMNC.

2 вариант

1. Телефонная проволока длиной 15м протянута от телефонного столба, где она прикреплена на высоте 8м от поверхности земли, к дому, где её прикрепили на высоте 20м. Найдите расстояние между столбом и домом, предполагая, что проволока не провисает.

2. Из точек A и B опущены перпендикуляры на плоскость α . Найдите расстояние между точками A и B, если перпендикуляры равны 3м и 2м, расстояние между их основаниями равно 2,4м, а отрезок AB не пересекает плоскость.

3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 26см больше другой. Проекция наклонных равны 12см и 40см, найдите наклонные.

4. В тетраэдре DABC все рёбра равны, точка M – середина ребра AC. Докажите, что угол DMB – линейный угол двугранного угла BACD.

Практическое занятие №7

Тема: «Комбинаторика»

Цели работы: закрепить приёмы решения задач по комбинаторике

Краткое содержание материала:

Размещения- это поочерёдный выбор элементов из данного множества.

Пусть имеется множество, содержащее n элементов, которые мы хотим разместить на k местах

1. Число размещений n элементов на k местах с повторениями равно $n \cdot n \cdot \dots \cdot n = n^k$

2. Число размещений n элементов на k местах, без повторений равно

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Перестановка-это расположение объектов в определённом порядке.

Число перестановок n элементов равно произведению всех целых чисел от 1 до n и обозначается n! $P_n = n!$

Сочетание- это одновременный выбор нескольких элементов из данного множества.

Число сочетаний из n элементов по k вычисляется по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Примеры:

$$1. A_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$$

2. Сколькими способами можно разместить 6 человек на одной скамейке

$$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

3. Сколькими способами можно избрать делегацию в количестве 4 человек из 14

$$C_{14}^4 = \frac{14!}{4!(14-4)!} = \frac{14!}{4!10!} = 1001$$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Вычислите $4! =$ $7! =$

2. Сколько способов расстановки букв из набора б т н а о ?

3. Вычислите A_7^3

4. Вычислите C_9^4

5. В ящике лежат 6 ножей, 5 вилок и 10 ложек. Все предметы различны. Каким числом способов можно выбрать набор из ножа, вилки и ложки.

6. Сколько получится одночленов при умножении

$$(x+2y)(x^2+y^2+z^2-2xy+z)$$

7. $(a+b)^6 =$

8. Вычислите а) $6! - 5!$ б) $\frac{25! - 24!}{23!}$

2 вариант

1. Вычислите $4! =$ $8! =$

2. Сколько способов расстановки букв из набора а в г д е н ?

3. Вычислите A_9^4

4. Вычислите C_{11}^4

5. В ящике лежат 5 ножей, 6 вилок и 10 ложек. Все предметы различны. Каким числом способов можно выбрать набор из ножа, вилки и ложки.

6. Сколько получится одночленов при умножении

$$(x+2y)(x^2+y^2+z^2-2xy+z)$$

7. $(a+b)^6 =$

8. Вычислите а) $6! - 5!$ б) $\frac{23! - 22!}{21!}$

Практическое занятие №8

Тема: « Векторы. Расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка в пространстве»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Пусть $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$ - две произвольные точки.

Расстояние между точками $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и $A_2(x_2; y_2; z_2)$ вычисляется по формуле

$$A_1A_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Координаты середины отрезка с концами $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и $A_2(x_2; y_2; z_2)$ вычисляются по формулам

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}, z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

Пример: Докажите, что четырехугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;3;2)$, $B(0;2;4)$, $C(1;1;4)$, $D(2;2;2)$ является параллелограммом.

Решение:

Четырехугольник, у которого диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, есть параллелограмм. Воспользуемся этим для решения задачи. Координатами середины отрезка AC будут

$$x = \frac{1+1}{2} = 1, y = \frac{3+1}{2} = 2, z = \frac{2+4}{2} = 3.$$

Координатами середины отрезка BD будут

$$x = \frac{0+2}{2} = 1, y = \frac{2+2}{2} = 2, z = \frac{4+2}{2} = 3.$$

Координаты середин отрезков AC и BD одинаковы. Значит, эти отрезки пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Следовательно, четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм.

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} заданы их декартовыми координатами: $\vec{a}(1; 1; -1)$, $\vec{b}(3; 0; 2)$, $\vec{c}(-2; -1; 5)$. Найдите координаты следующих векторов:

- $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$;
- $(\vec{a} + \vec{b}) \vec{c} + (\vec{b} - \vec{c}) \vec{a}$;
- $2\vec{a} - \vec{b} - 1/2\vec{c}$
- $(\vec{b} + \vec{c})(\vec{a} - \vec{b})$.

2. Известно, что $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1/2$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = -1/2$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = 1/3$, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$. Вычислите:

- $(\vec{a} + 2\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$;
- $(\vec{a} - \vec{b})2(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b})$

3. Дан четырёхугольник $ABCD$.

- Докажите, что точки $A(2; 4; -4)$, $B(1; 1; -3)$, $C(-2; 0; 5)$ и $D(-1; 3; 4)$ являются вершинами параллелограмма.
- Вычислите косинус острого угла между диагоналями параллелограмма $ABCD$.

4. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Точка K – центр грани $AA_1 BB_1$; точка L – середина ребра $B_1 C_1$. Вычислите углы, которые образуют с гранями куба следующие прямые: а) DC_1 , б) DL .

2 вариант

1. Векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} заданы их декартовыми координатами: $\vec{a}(-1; 1; 1)$, $\vec{b}(3; 2; 0)$, $\vec{c}(-2; 1; -2)$. Найдите координаты следующих векторов:

- $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$;
- $(\vec{a} + \vec{b})\vec{c} - (\vec{b} + \vec{c})(-\vec{a})$;
- $\vec{a} - 2\vec{b} + 1/3\vec{c}$;
- $(\vec{b} + \vec{c})(\vec{a} - \vec{b})$.

2. Известно, что $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1/2$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = -1/2$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = 1/3$, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$. Вычислите:

- $(2\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - 2\vec{b})$;
- $(\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})2(\vec{a} + \vec{b})$

3. Дан четырёхугольник $ABCD$.

- Докажите, что точки $A(1; 3; 2)$, $B(0; 2; 4)$, $C(1; 1; 4)$ и $D(2; 2; 2)$ являются вершинами параллелограмма.
- Вычислите косинус острого угла между диагоналями параллелограмма $ABCD$.

4. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Точка K – центр грани $AA_1 BB_1$; точка L – середина ребра $B_1 C_1$. Вычислите углы, которые образуют с гранями куба следующие прямые: а)

DB₁, б) KL.

Практическое занятие №9

Тема: «Основные тригонометрические тождества»

Цели работы: на конкретных примерах научиться применять основные тригонометрические тождества

Краткое изложение материала:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

Примеры:

1. Упростите выражение: $1. \frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$

2. $\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos \alpha$

3. $1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha} = -\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -\operatorname{ctg}^2 \alpha$

Докажите тождество:

1. $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$

2. $\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \sin^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$

Задания для самостоятельной работы

Упростите выражения:

1. $1 - \cos^2 \alpha$;

2. $\sin^2 \alpha - 1$;

3. $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$;

4. $\sin^2 \alpha - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$;

5. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$;

6. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$;

7. $\sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$;

8. $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$;

9. Докажите тождество:

$(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = 1$;

$\sin^2 \alpha (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$;

$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$;

Практическое занятие №10

Тема: «Формулы сложения. Формулы приведения, формулы двойного аргумента»

Цели работы: на конкретных примерах научиться применять формулы сложения, двойного аргумента, формулы приведения

Краткое изложение материала:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$tg(\alpha - \beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha \cdot tg\beta}$$

$$ctg(\alpha + \beta) = \frac{ctg\alpha \cdot ctg\beta - 1}{ctg\beta + ctg\alpha}$$

$$ctg(\alpha - \beta) = \frac{ctg\alpha \cdot ctg\beta + 1}{ctg\beta - ctg\alpha}$$

Формулы приведения

1) Если в левой части формулы угол равен $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$; $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус заменяется на косинус, тангенс – на котангенс и наоборот. Если угол равен $\pi \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$ то замены не происходит.

2. В правой части формулы ставится тот знак, который имеет преобразуемая функция

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha, \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha, \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha, \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha, \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha$$

$$tg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -ctg\alpha, \quad tg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = ctg\alpha$$

$$ctg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -tg\alpha, \quad ctg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = tg\alpha$$

Формулы двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Примеры:

1. Упростите выражение: $\cos 3\alpha \cdot \cos\alpha - \sin\alpha \cdot \sin 3\alpha = \cos(3\alpha + \alpha) = \cos 4\alpha$

2. Вычислить $\sin 210^\circ$

$$\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = \sin 180^\circ \cos 30^\circ + \cos 180^\circ \sin 30^\circ = 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + (-1) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Замените тригонометрической функцией угла α :

а) $\sin(\pi/2 - \alpha)$; б) $\cos(2\pi - \alpha)$; в) $ctg(\pi + \alpha)$.

2. Известно, что $\pi/2 < \alpha < \pi$. Найдите $\sin\alpha$, $tg\alpha$ и $ctg\alpha$, если $\cos\alpha = -0,6$.

3. Зная, что $\sin\alpha = 0,8$, $\cos\beta = 0,6$, α и β – углы I четверти, найдите значения выражений: а) $\sin(\alpha + \beta)$; б) $\cos(\alpha - \beta)$; в) $\sin 2\alpha$.

4. Вычислите:

1) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$

5. Найдите значение выражения:

$$\sin 73^\circ \cos 17^\circ + \cos 73^\circ \sin 17^\circ ;$$

$$\cos 680^\circ - \cos 220^\circ$$

2 вариант

1. Замените тригонометрической функцией угла α :

а) $\cos(3\pi/2 + \alpha)$; б) $\sin(2\pi + \alpha)$; в) $tg(\pi/2 - \alpha)$.

2. Известно, что $\pi/2 < \alpha < \pi$. Найдите $\cos\alpha$, $tg\alpha$ и $ctg\alpha$, если $\sin\alpha = 1/3$.

3. Зная, что $\sin\alpha = 8/17$, $\cos\beta = 4/5$, α и β – углы I четверти, найдите значения выражений: а) $\sin(\alpha - \beta)$; б) $\cos(\alpha + \beta)$; в) $\cos 2\alpha$.

4. Вычислите:

$$\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$$

5. Найдите значение выражения:

$$\sin 73^\circ \cos 13^\circ - \cos 73^\circ \sin 13^\circ$$

$$\sin 1300^\circ + \sin 1100^\circ$$

Практическое занятие №11

Тема: «Решение тригонометрических уравнений»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении тригонометрических уравнений

Краткое содержание материала:

Простейшие тригонометрические уравнения

Уравнение	Решение уравнений в общем виде	Частные случаи
1. $\cos x = a$, $ a \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$	$\cos x = 1, \quad x = 2\pi n, n \in Z$ $\cos x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ $\cos x = -1, \quad x = \pi + 2\pi n, n \in Z$
2. $\sin x = a$, $ a \leq 1$	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$	$\sin x = 1, \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\sin x = 0, \quad x = \pi n, n \in Z$ $\sin x = -1, \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
3. $\operatorname{tg} x = a$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in Z$	
4. $\operatorname{ctg} x = a$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in Z$	

Примеры:

Решите уравнения:

1. $\cos x = \frac{1}{2}$, $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$; $x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n; n \in Z$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z$;

2. $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$; $x = \pm \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n; n \in Z$;

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z;$$

3. $\sin x = -\frac{1}{2}$, $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$; $x = (-1)^k \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) + \pi k, k \in Z$;

$$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z;$$

4. $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in Z$; $x = \operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \pi k, k \in Z$; $x = -\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$;

Задания для самостоятельной работы

Решите уравнения:

1 вариант

1. $\sin x = \frac{1}{2}$

2. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$3. \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$4. \operatorname{tg} x = 1$$

$$5. \operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$$

$$6. \cos x = -1$$

$$7. 3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$$

$$8. 7\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 5 = 0$$

2 вариант

$$1. 2\sin x = 1$$

$$2. 2\cos x + \sqrt{2} = 0$$

$$3. \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$4. \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$5. 2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$$

$$6. (1 + \cos x)(\sqrt{2} \sin x - 1) = 0$$

$$7. \sin^2 x + \sin x \cos x = 0$$

$$8. \sin x - 3 \cos x = 0$$

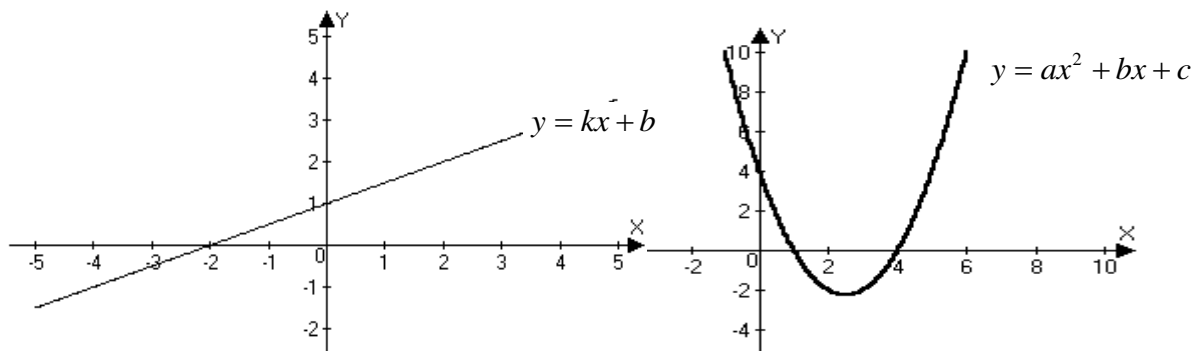
$$9. \sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$$

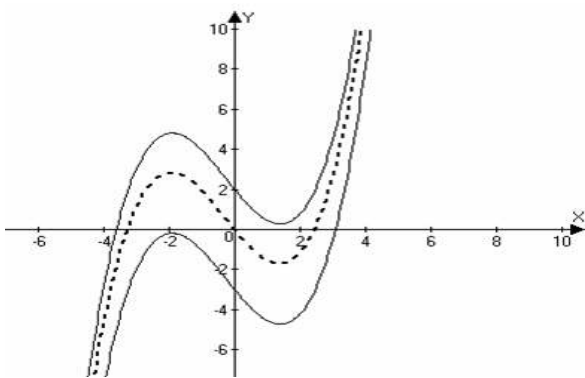
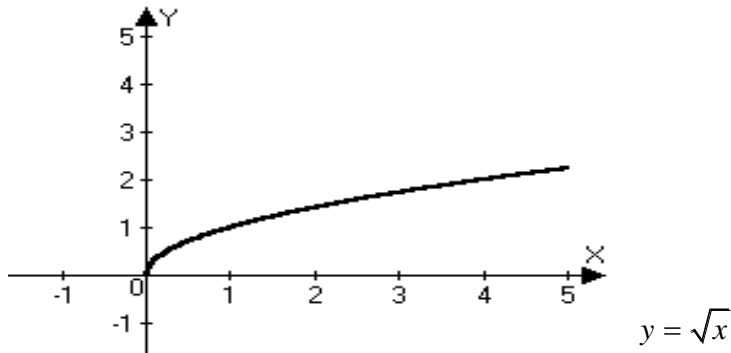
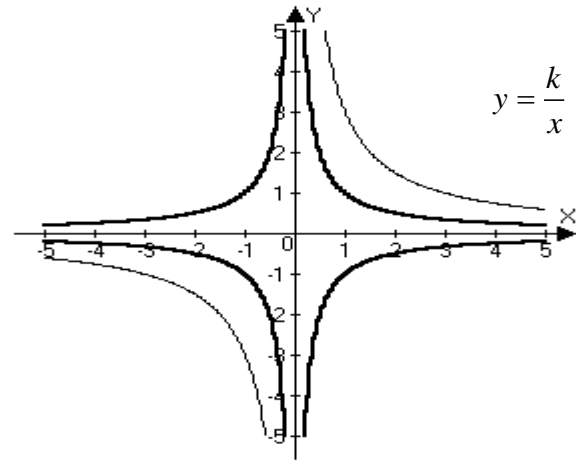
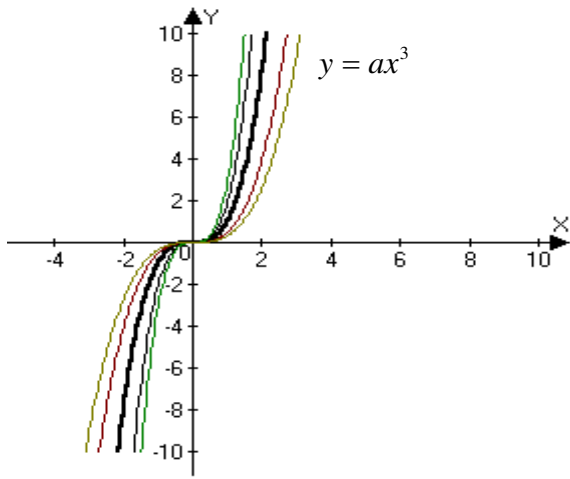
Практическое занятие №12 «Преобразование графиков функций»

Цели работы: закрепить навыки построения графиков с использованием преобразований
Краткое содержание материала:

Преобразования графиков функций — это линейные преобразования функции $y=f(x)$ или аргумента x к виду $x+a$, $x-a$, а также с использованием модуля. Зная как строить графики элементарных функций, можно построить график функции $y = af(kx + b) + m$

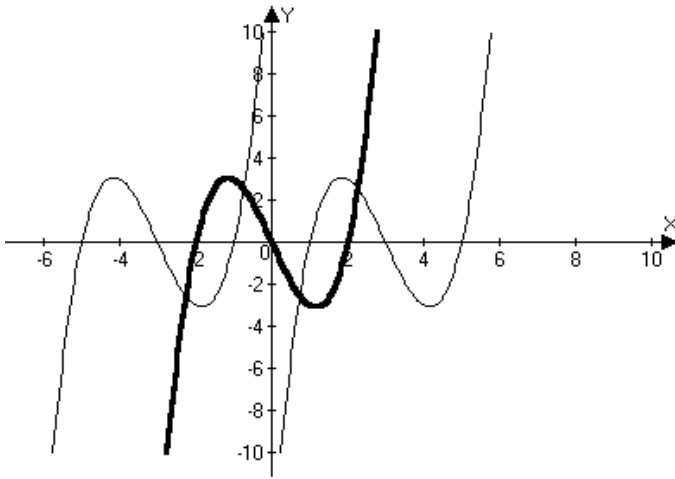
Рассмотрим некоторые графики функций



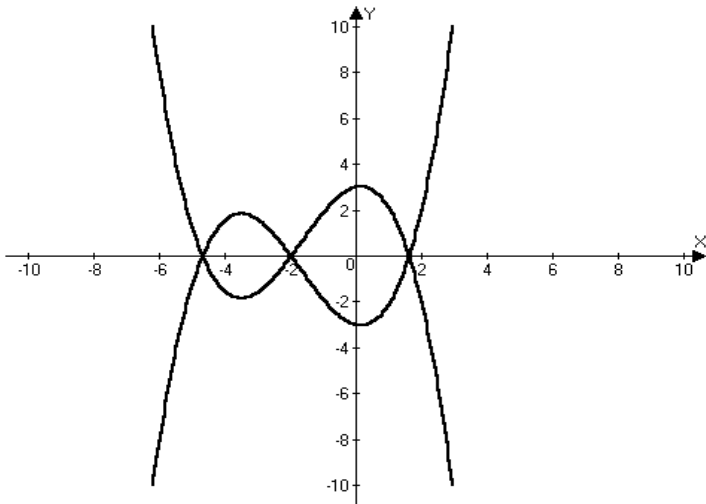


1. $y = f(x) + b$ – график функции получается из графика функции $y = f(x)$ путем параллельного переноса этого графика на величину b вдоль оси OY . при этом, если $b > 0$, то график функции $f(x) + b$ располагается выше графика функции $f(x)$, если $b < 0$, то ниже этого графика.

2. $y = f(x - a)$ – график функции получается из графика функции $y = f(x)$ с помощью параллельного переноса этого графика на величину a вдоль оси OX , при этом, если $a > 0$, то сдвиг вправо, а если $a < 0$, то сдвиг влево.



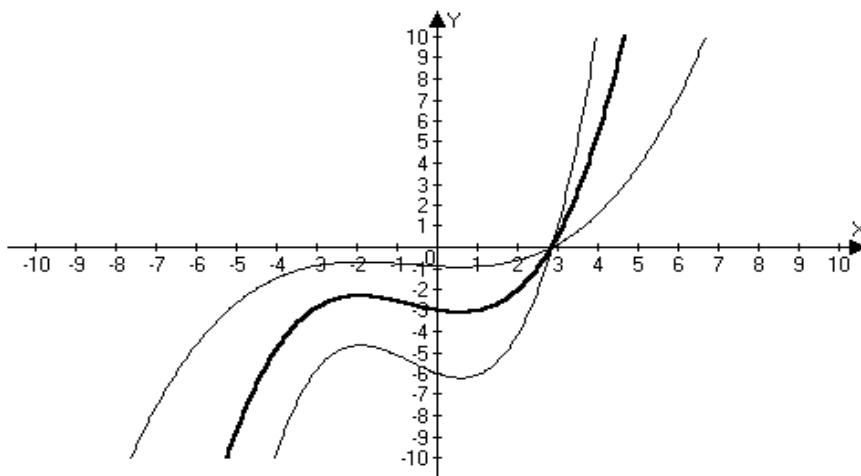
3. $y = -f(x)$ – график симметричен графику $y = f(x)$ относительно оси OX



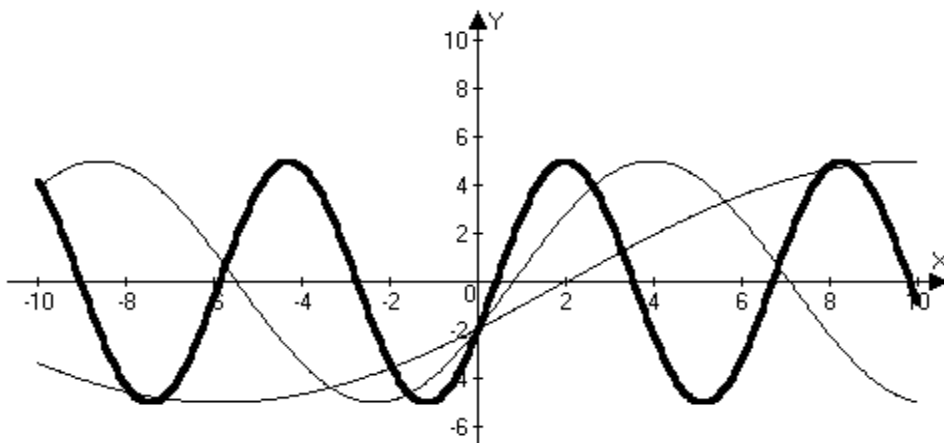
Указанные преобразования не изменяют масштаба графика функции.

Рассмотрим преобразования графиков функций, которые изменяют масштаб графика

4. $y = af(x)$ – график функции получается из графика функции $y = f(x)$ с помощью растяжения или сжатия графика по оси OY пропорционально коэффициенту a , причем, если $a > 1$, то все ординаты графика $af(x)$ увеличиваются в a раз, если $a < 1$, то уменьшаются в a раз.



5. $y = f(ax)$ – график функции получается из графика функции $y = f(x)$ с помощью растяжения или сжатия вдоль оси OX пропорционально коэффициенту a , причем, если $a > 1$, то график сжимается в a раз, если $0 < a < 1$, то растягивается в $1/a$ раз.



Задания для самостоятельной работы

Постройте графики функций

1 вариант

1. $y = 5 - 2x$

2. $y = (x - 3)^2$

3. $y = \sqrt{x + 1}$

4. $y = -\sin x$

5. $y = 2 \cos x$

6. $y = \cos(x - \frac{\pi}{3})$

7. $y = 2^{x+1}$

8. $y = -4^x$

9. $y = \log_2 x - 1$

10. $y = \log_3(x - 2)$

11. $y = \frac{2}{x + 1}$

2 вариант

1. $y = 5 - 3x$

2. $y = (x - 2)^2$

3. $y = \sqrt{x - 1}$

4. $y = -\cos x$

5. $y = 3 \cos x$

6. $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$

7. $y = 2^{x+2}$

8. $y = -3^x$

9. $y = \log_2 x + 1$

10. $y = \log_3(x - 2)$

11. $y = \frac{2}{x + 1}$

Практическое занятие №13

Тема: «Призма»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Призмой называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников. Многоугольники называются основаниями призмы, а отрезки, соединяющие соответствующие вершины, - боковыми ребрами призмы.

Поверхность призмы состоит из оснований и боковой поверхности. Боковая поверхность состоит из параллелограммов.

Высотой призмы называется расстояние между плоскостями ее оснований.

Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется диагональю призмы.

Призма называется прямой, если ее боковые ребра перпендикулярны основаниям. В противном случае призма называется наклонной.

Прямая призма называется правильной, если ее основания являются правильными многоугольниками.

Площадь боковой поверхности призмы называется суммой площадей боковых граней. Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы, т.е. на длину бокового ребра. $S_{бок} = P \cdot h$, h - длина бокового ребра

Полная поверхность призмы равна сумме боковой поверхности и площадей оснований.

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

Если основание призмы есть параллелограмм, то она называется параллелепипедом.

У параллелепипеда противолежащие грани параллельны и равны.

Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам. Точка пересечения диагоналей параллелепипеда является его центром симметрии.

Прямой параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник, называется прямоугольным параллелепипедом.

Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется кубом.

В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений, т.е. длины, ширины и высоты.

Задача. Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 1,2,2.

Решение: Так как в прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений, то $d^2 = a^2 + b^2 + h^2$. Подставляя получаем

$$d^2 = 1^2 + 2^2 + 2^2 = 1 + 4 + 4 = 9. \text{ Значит диагональ данного параллелепипеда равна } 3.$$

Ответ: 3

Задания для самостоятельной работы

1. Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 1) 2,3,4; 2) 5,7,8

2. В правильной n -угольной призме сторона основания равна a и высота равна h . Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы, если а) $n=3$, $a=10$ см, $h=15$ см; б) $n=4$, $a=12$ см, $h=8$ см

3. В правильной четырехугольной призме площадь основания 144см^2 , а высота 14 см. Найдите диагональ призмы.

4. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.

5. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагональю 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. найдите большую диагональ параллелепипеда.

6. Боковое ребро правильной треугольной призмы в 3 раза больше стороны основания, а сумма длин всех ребер равна 45. Найдите площадь полной поверхности призмы.

7. В прямом параллелепипеде стороны оснований 6 м и 8 м образуют угол 30° , боковое ребро равно 5 м. Найдите полную поверхность этого параллелепипеда.

8. В прямом параллелепипеде стороны оснований 3 м и 8 м угол между ними 60° . Боковая поверхность равна 220см^2 . Найдите полную поверхность.

Практическое занятие №14

Тема: «Пирамида. Правильные многогранники.»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – основания пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания, – вершины пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются боковыми ребрами.

Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

Плоскость, пересекающая пирамиду и параллельная ее основанию, отсекает подобную пирамиду. А другая часть представляет собой многогранник, который называется усеченной пирамидой.

Пирамида называется правильной, если ее основанием является правильный многоугольник, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника.

Осью правильной пирамиды называется прямая, содержащая ее высоту.

Апофемой называется высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины.

Боковой поверхностью пирамиды называется сумма площадей ее боковых граней.

Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению полупериметра основания на апофему.

Выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине сходится одно и то же число ребер.

Существует 5 типов правильных многогранников: правильный тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр.

Задания для самостоятельной работы:

1. Чему равна площадь полной поверхности правильного тетраэдра с ребром 4 см?

2. Чему равна площадь полной поверхности куба с ребром 12 см?

3. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см, а сторона основания 6 см. Найдите боковое ребро.

4. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13 см. Вычислите высоту пирамиды.

5. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 15, сторона основания равна 4. Найдите апофему пирамиды.

6. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 12, боковое ребро 10. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

7. По стороне основания a и боковому ребру b найдите полную поверхность правильной треугольной пирамиды

8. В правильной четырехугольной пирамиде найдите сторону основания, если боковое ребро равно 5 см, а полная поверхность 16 см^2 .

Практическое занятие № 15

Тема: «Цилиндр. Конус.»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Цилиндром называется тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов. Круги называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов, – образующими цилиндра.

Поверхность цилиндра состоит из оснований и боковой поверхности. Боковая поверхность составлена из образующих.

Цилиндр называется прямым, если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований. Радиусом цилиндра называется радиус его основания. Высотой цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований.

Конусом называется тело, которое состоит из круга-основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания. Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются образующими конуса. Поверхность конуса состоит из основания и боковой поверхности.

Конус называется прямым, если прямая, соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

Высотой конуса называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Прямоугольник, стороны которого 3см и 5см, вращается вокруг большей стороны.

Найдите: а) объём полученного цилиндра;

б) площадь боковой поверхности.

2. Боковая поверхность конуса $15\pi \text{ см}^2$, а радиус основания 3см. Найти объём конуса.

3. В шаре на расстоянии 3см от центра проведено сечение, площадь которого $16\pi \text{ см}^2$. Найдите объём шара.

4. Поверхность шара $36\pi \text{ см}^2$. Найдите объём шара.

5. Равносторонний треугольник, сторона которого 6см, вращается вокруг своей стороны. Определите объём и поверхность полученного тела.

2 вариант

1. Прямоугольный треугольник, катеты которого 3см и 4см, вращается вокруг большего катета. Найдите: а) объём полученного конуса;

б) площадь его полной поверхности.

2. Боковая поверхность цилиндра $30\pi \text{ см}^2$. Радиус его основания 3см. Найдите объём цилиндра.

3. В шаре на расстоянии 8см от центра проведено сечение, длина окружности которого равна $12\pi \text{ см}$. Найдите поверхность шара.

4. Объём шара равен $36\pi \text{ см}^3$. Найдите поверхность этого шара.

5. Равнобедренный треугольник, боковые стороны которого 5см, а основание 6см, вращается вокруг основания. Определите объём и поверхность полученного тела.

Практическое занятие № 16

Тема: «Объёмы многогранников и тел вращения»

Цели работы: сформировать умения и навыки при решении задач

Краткое содержание материала:

Для простых тел объём – это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:

1. Равные тела имеют равные объёмы.

2. Если тело разбито на части, являющиеся простыми телами, то объём этого тела равен сумме объёмов его частей.

3. Объём куба, ребро которого равно единице длины, равен единице.

I. Объём прямоугольного параллелепипеда с линейными размерами a, b, c вычисляется по формуле $V=abc$

II. Объём любого параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту

III. Объём любой призмы равен произведению площади ее основания на высоту

IV. Объем любой треугольной пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту $V = \frac{1}{3} SH$

V. Объем любой пирамиды равен одной трети произведения площади ее основания на высоту $V = \frac{1}{3} SH$

VI. Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту $V = SH = \pi R^2 H$

VII. Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту

$$V = \frac{1}{3} SH = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

VIII. Объем шара радиуса R вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Площадь боковой поверхности цилиндра:

площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S = CH = 2\pi RH$, где R – радиус цилиндра, а H – его высота.

Площадь боковой поверхности конуса:

площадь боковой поверхности конуса вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2} Cl = \pi Rl$, где R – радиус основания конуса, а l – длина образующей.

Площадь сферы:

площадь сферы радиуса R вычисляется по формуле $S = 4\pi R^2$

Задания для самостоятельной работы

1. Измерения прямоугольного параллелепипеда 6 см, 3 см, 5 см. Чему равен его объем?
2. Сторона основания правильной треугольной призмы 4 см, боковое ребро 5 см. Чему равен объем призмы?
3. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 5 см, основанием служит квадрат со стороной 4 см
4. Радиус конуса равен 4 см, высота конуса равна 6 см. Найдите объем конуса
5. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 8 см и гипотенузой 10 см вокруг большего катета.
6. Куча щебня имеет коническую форму радиус основания которого 2 м, а образующая 2,5 м. Найдите объем кучи щебня.
7. Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол 30° . Найдите объем конуса.
8. Конусообразная палатка высотой 3,5 м с диаметром основания 4 м покрыта парусиной. Сколько квадратных метров парусины пошло на палатку?
9. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 136 см^2 , стороны основания 4 см и 6 см. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда.
10. Площадь полной поверхности цилиндра равна $125\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь его боковой поверхности, если радиус основания 5 см.
11. Стог сена имеет форму цилиндра с коническим верхом. Радиус его основания 2,5 м, высота 4 м, причём цилиндрическая часть стога имеет высоту 2,2 м. Плотность сена $0,03 \text{ г/см}^3$. определите массу стога сена

Практическое занятие №17

Тема: «Производная функции.»

Цели работы: закрепить знания производных основных функций и правил дифференцирования

Краткое содержание материала:

Таблица производных

$f(x)$	$f'(x)$
--------	---------

C	0
x	1
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
x^n	nx^{n-1}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
e^x	e^x
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$

Правила вычисления производных

$u+v$	$u' + v'$
ku	ku'
uv	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$

Примеры: Найдите производную функции: 1) x^9 ; 2) $4-5x$; 3) $2x^6+3x^2-6x+7$; 4) $\frac{x^3}{2x-1}$

1) $(x^9)' = 9x^8$; 2) $(4-5x)' = -5$; 3) $(2x^6+3x^2-6x+7)' = 2 \cdot 6x^5 + 3 \cdot 2x - 6 + 0 = 12x^5 + 6x - 6$;

4) $(\frac{x^3}{2x-1})' = \frac{(x^3)'(2x-1) - x^3(2x-1)'}{(2x-1)^2} = \frac{3x^2(2x-1) - x^3 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{6x^3 - 3x^2 - 2x^3}{(2x-1)^2} = \frac{4x^3 - 3x^2}{(2x-1)^2}$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Найдите производную

1. $y = 8$

2. $y = x^6$

3. $y = 3 - 2x$

4. $y = -2x^3 + 18x$

5. $y = -3x^3 + 2x^2 + x - 5$

6. $y = x(x^3 + 2x^2)$

7. Вычислить значение производной в т. x_0 $y = \sqrt{x} + 5$; $x_0 = 4$

8. Вычислить значение производной в т. x_0

$$y = \frac{8}{x} - 6 \quad \text{в т. } x_0 = 1$$

9. $y = \sqrt{x}(2x-4)$

10. $y = (\frac{5x-2}{x^2})$

2 вариант

Найдите производную

1. $y = 6$

$$2. y = x^7$$

$$3. y = 4 - 5x$$

$$4. y = -x^4 + 6x$$

$$5. y = 5x^3 + x^2 - 2x + 8$$

$$6. y = x(x^4 + 3x^2)$$

$$7. \text{Вычислить значение производной в т. } x_0 \quad y = \sqrt{x} + 8; x_0 = 4$$

$$8. \text{Вычислить значение производной в т. } x_0$$

$$y = \frac{4}{x} - 3 \quad \text{в т. } x_0 = 1$$

$$9. y = \sqrt{x}(3x - 2)$$

$$10. y = \left(\frac{x^3}{3x+4}\right)$$

Практическое занятие №18

Тема: «Производные тригонометрических функций и производная сложной функции»

Цели работы: закрепить знания производных основных функций и правил дифференцирования

Краткое содержание материала:

Производные тригонометрических функций:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Производная сложной функции:

$$(f(kx+m))' = kf'(kx+m)$$

Примеры:

$$1. \text{Найдите производную функции: } 1) y = x^3 - \cos x; y' = 3x^2 + \sin x$$

$$2) y = \cos 3x; y' = -3\sin 3x$$

$$3) y = (2x - 7)^8; y' = 2 \cdot 8 \cdot (2x - 7)^7 = 16(2x - 7)^7$$

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

Найдите производную

$$1. y = 2 \sin x$$

$$2. y = \sin 4x$$

$$3. y = \frac{1}{3} \cos 3x$$

$$4. y = 2x - \sin x$$

$$5. y = x^2 + \cos x$$

$$6. y = \operatorname{tg}(2 - 5x)$$

$$7. y = \operatorname{ctg}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$8. y = (2x + 1)^3$$

$$9. y = \frac{1}{(8-x)^5}$$

$$10. y = \sqrt{2-3x}$$

2 вариант

$$1. y = 3 \cos x$$

$$2. y = \cos 5x$$

$$3. y = \frac{1}{4} \sin 4x$$

$$4. y = \cos x - 3x$$

$$5. y = x^3 - \sin x$$

$$6. y = \operatorname{tg}(3 - 8x)$$

$$7. y = \operatorname{ctg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$8. y = (3x - 2)^4$$

$$9. y = \frac{1}{(5-x)^4}$$

$$10. y = \sqrt{4-6x}$$

Практическое занятие № 19

Тема: «Применение производной функции»

Цели работы: закрепить навыки применения производной функции

Краткое содержание материала:

Достаточный признак возрастания функции. Если $f'(x) > 0$ в каждой точке интервала I , то функция f возрастает на I .

Достаточный признак убывания функции. Если $f'(x) < 0$ в каждой точке интервала I , то функция f убывает на I .

Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются критическими точками этой функции.

Необходимое условие экстремума. Если точка x_0 является точкой экстремума функции f и в этой точке существует производная f' , то она равна нулю: $f'(x_0) = 0$

Признак максимума функции. Если функция f непрерывна в точке x_0 , а $f'(x) > 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f'(x) < 0$ на интервале $(x_0; b)$, то точка x_0 является точкой максимума функции f .

Упрощенная формулировка этого признака: если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума.

Признак минимума функции. Если функция f непрерывна в точке x_0 , а $f'(x) < 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f'(x) > 0$ на интервале $(x_0; b)$, то точка x_0 является точкой минимума функции f .

Упрощенная формулировка этого признака: если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка минимума.

Примеры:

1. Найдите промежутки возрастания функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$

$$f'(x) = (2x^3 - 3x^2 + 5)' = 2 \cdot 3x^2 - 3 \cdot 2x + 0 = 6x^2 - 6x$$

$$6x^2 - 6x = 0, \quad 6(x^2 - x) = 0, \quad x^2 - x = 0, \quad x(x-1) = 0, \quad x = 0, \quad x = 1$$

Функция возрастает на $(-\infty; 0), (1; +\infty)$, функция убывает на $(0; 1)$

2. Найдите точки экстремума функции $f(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}x^4 - 8$

$$f'(x) = \left(2x^3 - \frac{1}{2}x^4 - 8\right)' = 2 \cdot 3x^2 - \frac{1}{2} \cdot 4x^3 + 0 = 6x^2 - 2x^3$$

$$x^2 = 0, \quad x - 3 = 0, \quad x = 0, \quad x = 3$$

В точке 3 производная меняет знак с минуса на плюс, значит это есть точка минимума.

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Найдите производную $y = x^8$; $y = 3x^6$; $y = 3x - 5$; $y = 2\cos x$; $y = x^4 - \sin x$

2. Найдите $y'(1)$, $y = x^2(x^2 + 1)$

3. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке с абсциссой $x=-1$, $y= x^3 - 3$
 4. Решите уравнение $f'(x)=0$, $f(x)=6x-x^2$
 5. Найдите точки экстремума функции $y=2x^2 -7x+1$
 6. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^2 - 8x +19$ на отрезке $[-1;5]$
- 2 вариант
1. Найдите производную $y=x^6$; $y=2x^4$; $y=4x-8$; $y=3\cos x$; $y=x^5 + \sin x$
 2. Найдите $y'(0)$, $y=x^2(x^3 -2)$
 3. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке с абсциссой $x=2$, $y= x^3 +4$
 4. Решите уравнение $f'(x)=0$, $f(x)=8x-x^2$
 5. Найдите точки экстремума функции $y=4x^2 -6x-7$
 6. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y= -3x^2 +6x -10$ на отрезке $[-2;9]$

Практическое занятие №20
Тема: «Первообразная функции. Интеграл.»

Цели работы: закрепить навыки нахождения первообразной функции, вычисления интеграла
Краткое содержание материала:

$f(x)$	$F(x)$
$kf(x)$	$kF(x)$
$f(x)+g(x)$	$F(x)+G(x)$
C	Cx
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x +C$
e^x	$e^x + C$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$

Пусть на отрезке $[a;b]$ оси Ox задана непрерывная функция f , не меняющая на нем знака. Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком $[a;b]$ и прямыми $x=a$ и $x=b$, называют криволинейной трапецией.

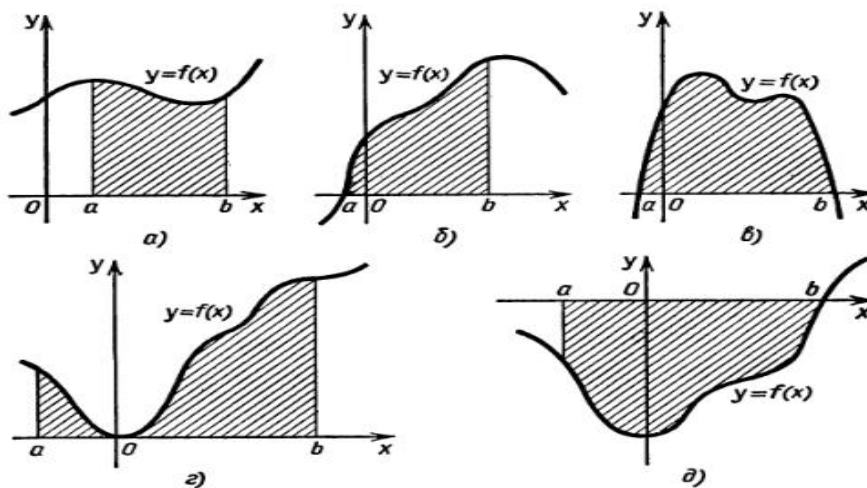


Рис. 1.

Для вычисления площадей криволинейных трапеций применяется следующая теорема:

Теорема. Если f — непрерывная и неотрицательная на отрезке $[a; b]$ функция, а F — ее первообразная на этом отрезке, то площадь S соответствующей криволинейной трапеции равна приращению первообразной на отрезке $[a; b]$ т. е. $S=F(b)-F(a)$.

Задания для самостоятельной работы

1 вариант

1. Найдите первообразную

а) $y = 2x^5$

б) $y = x^2 + x$

в) $y = 3\sin x + \cos x$

г) $y = \sin 2x$

2. Вычислите $\int_1^2 x^3 dx$

3. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями

а) $y = x^2$ $x = 2$
 $x = 1$ $y = 0$

б) $y = 2 - x^3$ $y = 0$
 $x = 1$ $x = 0$

2 вариант

1. Найдите первообразную

а) $y = 3x^6$

б) $y = x + x^3$

в) $y = \sin x + 2\cos x$

г) $y = \cos 3x$

2. Вычислите $\int_1^0 x^4 dx$

3. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями

а) $y = x^3$ $x = 2$
 $x = 1$ $y = 0$

б) $y = 1 - x^3$ $y = 0$
 $x = 1$ $x = 0$

4. Контрольно-оценочные материалы для итоговой аттестации по учебной дисциплине

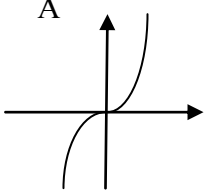
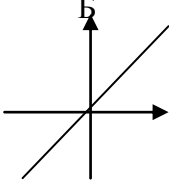
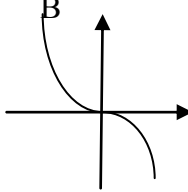
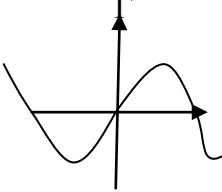
Форма проведения – экзаменационная работа-тест

Вариант 1.

Блок А.

Инструкция по выполнению задания №1 соотнесите содержание столбца 1 с содержанием столбца 2. Запишите в соответствующие строки бланка ответов букву из столбца 2, обозначающую правильный ответ на вопросы столбца 1. В результате выполнения Вы получите последовательность букв. Например: 1-В, 2-А, 3-Б, ...

А 1. Для каждой функции из столбца 1 укажите ее график из столбца 2.

Столбец 1	Столбец 2			
1. $y = x$ 2. $y = -x^3$ 3. $y = \sin x$ 4. $y = x^3$	А 	Б 	В 	Г 

Инструкция по выполнению заданий № 2-18: выберите букву, соответствующую правильному варианту ответа, и запишите ее в бланк ответов

А2. Функция, заданная формулой вида $y = \sin x$, называется ...

- А. Тангенс. Б. Котангенс. В. Синус. Г. Косинус.

А3. Две прямые в пространстве называются ..., если они лежат в одной плоскости и пересекаются.

- А. Параллельные Б. Пересекающиеся, В. Скрещивающиеся Г. Перпендикулярные

А4. Найти область определения функции $y = \frac{x-5}{x+2}$

- А. $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$ Б. $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$ В. $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ Г. $(-\infty; -2) \cup (-2; 5) \cup (5; +\infty)$

А5. Решите неравенство: $\frac{x+5}{x-4} > 0$

- А. $(-5; 4)$ Б. $(-\infty; -5) \cup (4; +\infty)$ В. $(-\infty; -4) \cup (5; +\infty)$ Г. $(-4; 5)$

А6. Найти значение выражения: $\cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{3}$

- А. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Б. В. 1 Г. $\sqrt{3}$

А7. Найдите первообразную для функции $f(x) = x^3 - 2x$

- А. $F(x) = 3x^2 - 2 + C$ Б. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + C$ В. $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2 + C$ Г.

$F(x) = \frac{x^4}{4} - 2x + C$

А8. Для функции $y = (x-3)x$, найдите $y'(0)$

- А. -1 Б. 0 В. -3 Г. 3

А9. Решить уравнение: $\cos x = -\frac{1}{2}$

- А. $\pm \frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ Б. $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ В. $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ Г. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

А10. Найдите производную функции: $h(x) = 5\sin x + 3\cos x$

- А. $h'(x) = 5\cos x + 3\sin x$; Б. $h'(x) = -5\cos x - 3\sin x$;
 В. $h'(x) = 5\cos x - 3\sin x$; Г. $h'(x) = -5\cos x + 3\sin x$

А11. Решите уравнение: $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

- А. $x_1 = 2, x_2 = 4$ Б. $x_1 = 2, x_2 = 1$ В. Корней нет Г. $x = 2$

А12. Объем конуса равен...

- А. $V = \pi R^2 H$; Б. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$; В. $V = \frac{4}{3} \pi R^3$; Г. $V = 4\pi R^2 H$.

А13. Укажите, какое из данных выражений не имеет смысла.

А. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

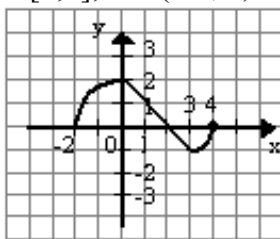
Б.

В. $\arcsin \sqrt{5}$

Г.

А14. Промежуток убывания функции $y = f(x)$, заданной графиком, является

А. [2;3]; Б. [0;3]; В. [2;4]; Г. (-1; 2).



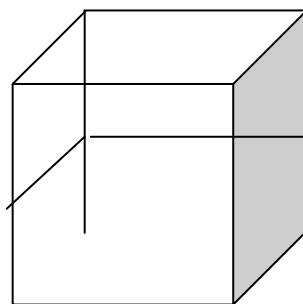
А15. На рисунке изображен прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите, какое из следующих утверждений верно.

А. $AA_1 \parallel CD$

Б. $A_1 D_1 \parallel BC$

В. DD_1 пересекает AB

Г. $AD \perp B_1 C_1$



А16. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = 1 - x^3$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$

А. 8

Б. 6

В. 2

Г. -2

А17. Решите уравнение $f'(x)=0$. Если $f(x) = 3x^2 + 12x$

А. $x_1 = -4, x_2 = 0$

Б. $x = -2$

В. $x = 2$

Г. $x = 12$

А18. Значение выражения $\sqrt[3]{27 \cdot 125 \cdot 8}$

А. 15;

Б. 60;

В. 30;

Г. 18.

А19. Решение неравенства $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+1} \leq 49$.

А. $(-\infty; -1]$;

Б. $(-\infty; -3]$;

В. $[-3; +\infty)$;

Г. $[-1; +\infty)$.

Блок Б.

Инструкция по выполнению заданий В19-В24: выполните задание. Полученный результат запишите в соответствующую строку бланка ответов.

В20. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 7 + 2x^2$ на $[3; 2]$

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

В21. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и

В22. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 2x - 2} = \sqrt{4x^2 - 5x}$

В23. Наименьшим положительным периодом функции $y =$ является число....

В24. Функция $y = f(x)$ называется ..., если область ее определения симметрична относительно нуля и для любого значения аргумента x верно равенство $f(x) = f(x)$.

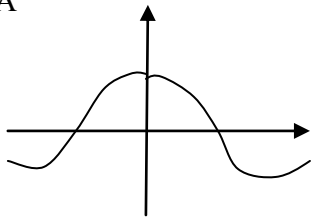
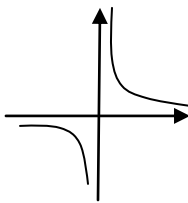
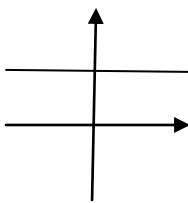
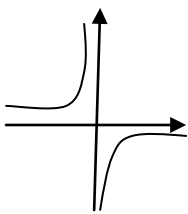
В25. Решите уравнение $\log_2(x^2 - 4x + 4) = 4$.

Вариант 2.

Блок А

Инструкция по выполнению задания №1 соотнесите содержание столбца 1 с содержанием столбца 2. Запишите в соответствующие строки бланка ответов букву из столбца 2, обозначающую правильный ответ на вопросы столбца 1. В результате выполнения Вы получите последовательность букв. Например: 1-В, 2-А, 3-Б,..

А1. Для каждой функции из столбца 1 укажите ее график из столбца 2.

Столбец 1	Столбец 2			
1. $y = \frac{1}{x}$	А 	Б 	В 	Г 
2. $y = 3$				
3. $y = \cos x$				
4. $y = -\frac{1}{x}$				

Инструкция по выполнению заданий № 2-18: выберите букву, соответствующую правильному варианту ответа, и запишите ее в бланк ответов

А2. Функция, заданная формулой вида $y = \operatorname{tg} x$, называется ...

- А. Тангенс. Б. Котангенс. В. Синус. Г. Косинус.

А3. Две прямые в пространстве называются ..., если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

- А. Скрещивающиеся Б. Пересекающиеся, В. Параллельные Г. Перпендикулярные

А4. Найти область определения функции $y = \frac{x+4}{x-7}$

- А. $(-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$ Б. $(-\infty; -7) \cup (-7; +\infty)$ В. $(-\infty; 7) \cup (7; +\infty)$ Г. $(-\infty; -4) \cup (-4; 7) \cup (7; +\infty)$

А5. Решите неравенство: $\frac{x-8}{x+1} > 0$

- А. $(-1; 8)$ Б. $(-\infty; -1) \cup (8; +\infty)$ В. $(-\infty; -8) \cup (1; +\infty)$ Г. $(-8; 1)$

А6. Найти значение выражения: $\cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{6}$

- А. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ Б. $\frac{1}{2}$ В. $\sqrt{3}$ Г. 1

А7. Найдите первообразную для функции $f(x) = x^2 - x$

- А. $F(x) = 2x^2 - 1 + C$ Б. $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + C$ В. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + C$ Г.

$F(x) = \frac{x^4}{4} - 2x + C$

А.8 Для функции $y = x(x+7)$, найдите $y'(0)$

- А. -7 Б. 0 В. 9 Г. 7

А9. Решить уравнение: $\sin x = -\frac{1}{2}$

- А. $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ Б. $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 В. $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ Г. $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

А10. Найдите производную функции $g(x) = 3x^4 - \sin x + 5$

- А. $g'(x) = 12x^3 - \cos x$; Б. $g'(x) = 4x^3 + \cos x$;
 В. $g'(x) = 12x^3 + \cos x + 5$; Г. $g'(x) = 12x^3 - \cos x + 5$

А11. Решите уравнение: $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

- А. $x_1 = 2, x_2 = 4$ Б. $x_1 = 2, x_2 = 1$ В. Корней нет Г. $x = 2$

А12. Объем цилиндра равен ...

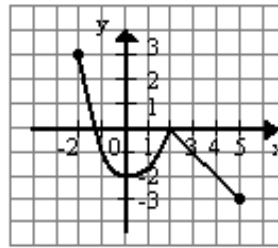
A. $V = \pi R^2 H$; Б. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$; В. $V = \frac{4}{3} \pi R^3$; Г. $V = 4\pi R^2 H$.

A13. Укажите, какое из данных выражений не имеет смысла.

A. $\arcsin \sqrt{10}$ Б. $\arccos 0,9$ В. $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$ Г. $\operatorname{arctg} 7$

A14. Промежуток возрастания функции $y = f(x)$, заданной графиком:

A. $(-2; 0)$; Б. $[0; 2]$; В. $(-2; 1)$; Г. $[-2; 2]$.



A15. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x^4 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$

A. 0 Б. -2 В. 4 Г. -4

A16. Решите уравнение $f'(x) = 0$. Если $f(x) = 18x - 3x^2$

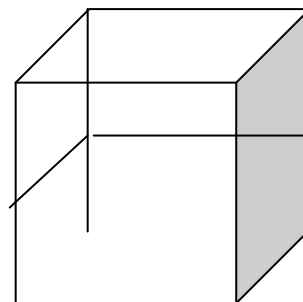
A. $x_1 = -3$ Б. $x = 3$ В. $x = 18$ Г. $x_1 = 0, x_2 = 6$

A.17. Значение выражения $\sqrt[3]{27 \cdot 8} \cdot \sqrt[4]{16}$.

A. 4; Б. 12; В. 10; Г. 8.

A18. На рисунке изображен прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажите, какое из следующих утверждений верно.

- A. $AA_1 \parallel CD$
- Б. $A_1 D_1 \parallel BC$
- В. DD_1 пересекает AB
- Г. $AD \perp B_1 C_1$



A19. Решение неравенства $2^{1-x} > 8$

A. $(-\infty; -2)$; Б. $(-2; +\infty)$; В. $(2; +\infty)$; Г. $(-\infty; 4)$.

Блок Б.

Инструкция по выполнению заданий В19-В24: выполните задание. Полученный результат запишите

В20. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 4x^2 - 1$ на $[-2; 1]$

В21. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

В22. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 5x - 3}$

В23. Наименьшим положительным периодом функции $y = \operatorname{ctg} \alpha$ является число....

В24. Функция $y = f(x)$ называется ..., в некотором промежутке, если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее значение функции.

В25. Решите уравнение $\log_7(x^2 - 2x - 8) = 1$.