

государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Самарской области «Самарский колледж сервиса производственного оборудования
имени Героя Российской Федерации Е.В. Золотухина»

Комплект контрольно-оценочных средств
по учебной дисциплине
«Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»
ПССЗ по всем специальностям

2018 г.

ОДОБРЕНО
предметно-цикловой комиссией
Ешманова С.В. Ешманова
« 28 » августа 2018 г.

Составлено в соответствии с
специальности (профессии)
Рекомендовано к использованию решением
Методического совета № 1
от « 31 » 08 2018 г.
Председатель совета Зам. директора по УМР
[Signature] /Квиткова С.И./
« 31 » 08 2018 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка.
2. Паспорт комплекта оценочных средств.
3. Процедуры оценки:
 - 3.1. Выполнение практического задания (комплексного практического задания);
 - 3.2. Подготовка и защита проектного задания.
4. Сводная оценочная таблица результатов освоения вида профессиональной деятельности.
5. Условия положительного/отрицательного заключения по результатам оценки итоговых образовательных результатов по профессиональному модулю.
6. Инструкция для кандидата по процедуре оценки итоговых образовательных результатов по профессиональному модулю.
7. Инструкция для эксперта-экзаменатора по процедуре оценки итоговых образовательных результатов по профессиональному модулю.

1. **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Комплект оценочных средств предназначен для оценки освоения итоговых образовательных результатов дисциплины математика основной профессиональной образовательной программы/основной программы профессионального обучения по профессии (специальности) среднего профессионального образования.

Форма аттестации по учебной дисциплине является **ЭКЗАМЕН**.

2. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

2.1. В результате освоения учебной дисциплины «Математика» обучающийся должен обладать следующими умениями, знаниями предусмотренными рабочей программой.

2.2. Оцениваемые умения и знания:

- У1. Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения
- У2. Находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах.
- У3. Выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций.
- У4. Вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции.
- У5. Определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках.
- У6. Строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций
- У7. Использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин.
- У8. Находить производные элементарных функций.
- У9. Использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков.
- У10. Применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения
- У11. Вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;
- У12. Решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы.
- У13. Использовать графический метод решения уравнений и неравенств.
- У14. Изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными.
- У15. Составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.
- У16. Решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул.
- У17. Вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- У18. Распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями.
- У19. Описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении.
- У20. Анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве.
- У21. Изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач.
- У22. Строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды.
- У23. Решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов).
- У24. Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.
- У25. Проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.
- З1. Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе.
- З2. Значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии.
- З3. Универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности.
- З4. Вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

2.3. Итоговые образовательные результаты по дисциплине «Математика», предъявляемые к оценке, показатели, критерии и инструменты их оценки

Предмет(ы) оценивания	Показатели оценки	Инструмент оценки
У8. Находить производные элементарных функций.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Выполняет вычисления производных элементарных функций; 2. Вычисляет производную сложных функций; 	Практическая работа, Контрольная работа Проверка самостоятельной внеаудиторной работы Тестирование
<p>У 1. Находить производные элементарных функций;</p> <p><i>ОК 2.</i> Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.</p> <p><i>ОК 3.</i> Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Вычисление предела функции в точке и в бесконечности; - Исследование функции на непрерывность в точке; - Нахождение производной функции; - Нахождение производных высших порядков; - Исследование функции и построение графика; - Нахождение неопределенных интегралов; - Вычисление определенных интегралов; - Находить силу тока как производную количества электричества - Формирование понимания глубокой общности в применении математического аппарата к широкому кругу разнообразных явлений природы. - Рационально распределять время на выполнение заданий. 	Практическая работа, Контрольная работа Проверка самостоятельной внеаудиторной работы Тестирование
<p>У 2. Выполнять действия над комплексными числами;</p> <p><i>ОК 3.</i> Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом; - Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме - Представление с помощью комплексных чисел в теоретической электротехнике напряжения, токов, сопротивления, запись законов Ома, Кирхгофа. - Самоанализ и коррекция результатов собственной деятельности. 	
<p>У 3. Вычислять погрешности результатов действия над приближенными числами;</p> <p><i>ОК 4.</i> Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Действия над приближенными значениями чисел - Нахождение приближенного напряжения для данных моментов времени - Оценка данных и полученного результата 	
<p>У 4. Решать простейшие уравнения и системы</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Выбор способа решения систем линейных уравнений и неравенств 	

уравнений. ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.	- Определение метода решения для нахождения результатов профессиональных задач.	
Знать:		
31. Основные понятия и методы математического анализа	- Классификация точек разрыва; - Бесконечно большие и бесконечно малые величины; - Формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций - Перечисление табличных интегралов - Формулировка геометрического и механического смысла производной	
32. Методику расчета с применением комплексных чисел	- Формула Эйлера	
33 Базовые понятия дифференциального и интегрального исчисления	- Виды дифференциальных уравнений; - Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой	
34 Структуру дифференциального уравнения	- Описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений	
35 Способы решения простейших видов уравнений	- Линейные и квадратные уравнения; - Метод интервалов; - Метод подстановки	
36 Определения приближенного числа и погрешностей	- Применение формул приближенного вычисления	

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ.

1 вариант.

- Расположить в порядке возрастания числа:
0,123; 0,12; 0,1
2. Расположить в порядке убывания числа:
0,0251; 0,025; 0,121
- Представить в виде степени с основанием
а) 5 число $\frac{1}{125}$
б) 2 число 32
- Найдите значение выражения: $5^{-4} * 5^7$
- Вычислите $\frac{(-32)^{-1} * (-10)^{-4}}{16^{-3} * 2^5}$
- Вычислите $\sqrt{50} * \sqrt{6}$

- $\sqrt{12}$
7. Упростите выражение: $\frac{a^2 - 10ab + 25b^2}{a^2 - 25b^2}$
и вычислите его значение, если $a = -22$, $b = 8,4$
8. Решите уравнение: $3(x - 2) - 1 = 4x + 2$
9. Решите уравнение: $x^2 + 5x - 14 = 0$
10. Решите уравнение: $\frac{3x - 5}{x - 3} = \frac{20 + 4x}{x + 3}$
11. Решите неравенство: $-2x \geq 8$
12. Постройте график функции : а) $y = 2x - 3$
в) $y = x^2$
13. Найдите область определения функции: $y = \frac{x + 1}{x - 1}$
14. Укажите промежутки возрастания функции: $y = 1/x$

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ.

2 вариант.

2. Расположить в порядке возрастания числа:
 $0,0542$; $0,045$; $0,105$
2. Расположить в порядке убывания числа:
 $0,0556$; $0,055$; $0,125$
4. Представить в виде степени с основанием
а) 3 число $\frac{1}{81}$
б) 4 число 64
4. Найдите значение выражения: $3^{-4} * 3^8$
5. Вычислите $\frac{(-7)^8 * 343^{-1}}{49^2 * (-10)^{-2}}$
6. Вычислите $\frac{\sqrt{75} * \sqrt{6}}{\sqrt{18}}$
7. Упростите выражение: $\frac{a^2 + 8ab + 16b^2}{a^2 - 16b^2}$
и вычислите его значение, если $a = -18$, $b = -7,5$
8. Решите уравнение: $4(x - 2) - 1 = 5x + 5$
9. Решите уравнение: $x^2 - 7x - 18 = 0$
10. Решите уравнение: $\frac{2x - 7}{x - 4} = \frac{3x - 2}{x + 4}$
11. Решите неравенство: $-2x > 6$
12. Постройте график функции : а) $y = -3x + 2$
в) $y = 1/x$
13. Найдите область определения функции: $y = \frac{x - 1}{x + 2}$
14. Укажите промежутки убывания функции: $y = x^2$

1 Устный ответ

1.1. Текст задания

1. Дать определение вектора.
2. Дать определение проекции вектора на ось и перечислить ее свойства.
3. Дать определение скалярного произведения векторов и перечислить его свойства.
4. Дать определение векторного произведения векторов и перечислить его свойства.
5. Дать определение смешанного произведения векторов и перечислить его свойства.

1.2. Время на выполнение: 20 мин.

1.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

2. Расчетное задание

2.1. Текст задания

Вариант 1

Даны векторы $\vec{a}(9;-2;1)$ и $\vec{b}(4;3;0)$ (для № 1-5).

1. Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
2. Найти $(\vec{a} \wedge \vec{b})$.
3. Найти \vec{a}^2 .
4. Найти $|\vec{b}|$.
5. Найти координаты векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{f} = -3\vec{a}$.
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки $A(0; 0)$, $B(3; -4)$, $C(-3; 4)$. Определить расстояние между точками A и B , B и C , A и C .
7. Построить точки, заданные полярными координатами: $A(2; \pi/2)$, $B(3; \pi/4)$, $C(3; 3\pi/4)$.
8. Даны точки в полярной системе координат $A(2; \pi/4)$, $B(4; \pi/2)$. Найти их прямоугольные координаты.

Вариант 2

Даны векторы $\vec{a}(-3;2;1)$ и $\vec{b}(3;0;4)$ (для № 1-5).

1. Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
2. Найти $(\vec{a} \wedge \vec{b})$.
3. Найти \vec{a}^2 .
4. Найти $|\vec{b}|$.
5. Найти координаты векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{f} = -3\vec{a}$.
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки $A(0; 0)$, $C(-3; 4)$, $D(-2; 2)$, $E(10; -3)$. Определить расстояние между точками C и D , A и D , D и E .
7. Построить точки, заданные полярными координатами: $A(4; 0)$, $B(2; 3\pi/2)$, $C(3; \pi)$.
8. Даны точки в прямоугольной системе координат $A(0; 5)$, $B(-3; 0)$, $C(\sqrt{3}; 1)$. Найти их полярные координаты.

2.2. Время на выполнение: 70 мин.

2.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

3. Расчетное задание**3.1. Текст задания****Вариант 1**

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$$

Вариант 2

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}.$$

Вариант 3

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$$

Вариант 4

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}.$$

Вариант 5

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 36}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 3}{3x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 14x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^{3x}.$$

Вариант 6

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 5}{2x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 19x}{\sin 3x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{14}{x}\right)^{2x}.$$

3.2. Время на выполнение: 40 мин.

3.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

4. Расчетное задание

4.1. Текст задания

Вариант 1

Исследовать функцию $f(x) = \frac{1}{x}$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

Вариант 2

Исследовать функцию $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \neq 0, \\ 1 & \text{при } x = 0 \end{cases}$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

Вариант 3

Исследовать функцию $f(x) = x^2$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

4.2. Время на выполнение: 10 мин.

4.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

5. Расчетное задание**5.1. Текст задания****Вариант 1**

1. Найти производную функции $y = \sin^6(4x^3 - 2)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 3x^4 + \cos 5x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 2

1. Найти производную функции $y = \cos^4(6x^2 + 9)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 2x^5 - \sin 3x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 3

1. Найти производную функции $y = tg^5(3x^4 - 13)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^3 - e^{5x}$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 4

1. Найти производную функции $y = ctg^4(5x^3 + 6)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 5x^4 - \cos 4x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 - 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 5

1. Найти производную функции $y = \arcsin^3 7x^2$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^4 + \sin 2x$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \operatorname{tg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$,
 $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = 2t^3 - 8$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 6

1. Найти производную функции $y = \operatorname{arctg}^6 5x^4$.

2. Найти производную третьего порядка функции $y = 6x^5 + e^{4x}$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 1 + \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 + 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

5.2. Время на выполнение: 40 мин.

5.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

6. Устный ответ

6.1. Текст задания

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

$$x' =$$

$$(x^2)' =$$

$$(x^3)' =$$

$$(\sqrt{x})' =$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' =$$

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

$$(e^x)' =$$

$$(\ln x)' =$$

$$(\lg x)' =$$

$$\left(\frac{1}{v}\right)' =$$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ДЛЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

6.2. Время на выполнение: 15 мин.

6.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

7.1. Текст задания

Исследовать функцию и построить ее график.

Вариант 1

$$f(x) = x^2 - 2x + 8.$$

Вариант 2

$$f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}.$$

Вариант 3

$$f(x) = -x^2 + 5x + 4.$$

Вариант 4

$$f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}.$$

Вариант 5

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2.$$

Вариант 6

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3.$$

Вариант 7

$$f(x) = x^3 + 3x + 2.$$

Вариант 8

$$f(x) = 3x^2 - x^3.$$

7.2. Время на выполнение: 20 мин.

7.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

8. Расчетное задание

8.1. Текст задания

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$

2. $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$

3. $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$

4. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$

5. $\int \frac{dx}{1+16x^2}.$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (8x-4)^3 dx.$

7. $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$

8. $\int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (x+5) \cos x dx.$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$

2. $\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$

3. $\int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$

4. $\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (7x+5)^4 dx.$

7. $\int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$

8. $\int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: $\int (x-2) \sin x dx.$

8.2. Время на выполнение: 60 мин.

8.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

9. Устный ответ**9.1. Текст задания**

Записать табличные интегралы:

$$1^\circ. \int 0 dx =$$

$$2^\circ. \int x^a dx =$$

В частности, $\int dx =$

$$3^\circ. \int \frac{dx}{x} =$$

$$4^\circ. \int a^x dx =$$

В частности, $\int e^x dx =$

$$5^\circ. \int \cos x dx =$$

$$6^\circ. \int \sin x dx =$$

$$7^\circ. \int \frac{dx}{\cos^2 x} =$$

$$8^\circ. \int \frac{dx}{\sin^2 x} =$$

$$9^\circ. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$$

В частности, $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} =$

$$10^\circ. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$$

В частности, $\int \frac{dx}{1 + x^2} =$

9.2. Время на выполнение: 10 мин.**9.3. Перечень объектов контроля и оценки**

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

6.11. Расчетное задание**6.11.1. Текст задания****Вариант 1**

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$.

2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$.

3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = -x^2 + 4$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$.

4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 3t^2 + 2t + 1$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 9t^2 - 8t$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за четвертую секунду.

6.11.2. Время на выполнение: 40 мин.

6.11.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

6.12. Расчетное задание**6.12.1. Текст задания****Вариант 1**

Найти частные производные функций.

1. $z = x \cdot \ln y + \frac{y}{x}$.
2. $z = \ln(x^2 + 2y^3)$.
3. $z = (1 + x^2)^y$.

Вариант 2

Найти частные производные функций.

1. $z = x^y$.
2. $z = x^3 y^2 - 2xy^3$.
3. $z = \ln^x y$.

6.12.2. Время на выполнение: 25 мин.

6.12.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

6.13. Расчетное задание**6.13.1. Текст задания****Вариант 1**

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1. $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x, \quad y'' + 4y' - 5y = 0$.
2. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' + 2y' + y = 0$.
3. $y = \frac{8}{x}, \quad y' = -\frac{1}{8} y^2$.
4. $y = e^{4x} + 2, \quad y' = 4y$.
5. Решить задачу Коши: $y' = 4x^3 - 2x + 5, \quad y(1) = 8$.

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6. $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4$.
7. $y' = -6y$.
8. $y' = \frac{x-1}{y^2}$.
9. $y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}$.
10. $y' - 3y + 5 = 0$.
11. $y'' - 7y' + 10y = 0$.
12. $y'' + 4y' + 4y = 0$.

Вариант 2

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1. $y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$

2. $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0.$

3. $y = e^{3x} - 5, \quad y' = 3y + 15.$

4. $y = \frac{5}{x}, \quad y' = -y^2.$

5. Решить задачу Коши: $y' = 3x^2 - 2x + 6, \quad y(2) = 19.$

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6. $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7.$

7. $y' = 8y.$

8. $y' = \frac{2x}{y^2}.$

9. $y' = \frac{y}{1+x^2}.$

10. $y' + 8y - 3 = 0.$

11. $y'' + 8y' + 16y = 0.$

12. $y'' - y' - 12y = 0.$

6.13.2. Время на выполнение: 80 мин.

6.13.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

6.14. Устный ответ

6.14.1. Текст задания

1. Сформулировать общие положения при составлении дифференциального уравнения по условию задачи.
2. Записать дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания и получить его решение. Привести примеры прикладных задач, решаемых с его помощью.
3. Сформулировать задачу о радиоактивном распаде, записать для нее дифференциальное уравнение.
4. Сформулировать задачу о гармонических колебаниях, записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
5. Сформулировать задачу о падении тел в атмосферной среде, записать для нее дифференциальное уравнение.

6.14.2. Время на выполнение: 30 мин.

6.14.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

6.15. Расчетное задание

6.15.1. Текст задания

1. Пользуясь необходимым признаком сходимости, показать, что ряд

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n}{n+1} + \dots$$

расходится.

2. С помощью признака Даламбера решить вопрос о сходимости ряда

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} + \dots$$

3. Пользуясь признаком Лейбница, исследовать на сходимость знакочередующийся ряд

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \dots$$

4. Пользуясь признаком сходимости знакопеременного ряда, исследовать на сходимость ряд

$$1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!} + \dots$$

6.15.2. Время на выполнение: 30 мин.**6.15.3. Перечень объектов контроля и оценки**

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

6.16. Расчетное задание**6.16.1. Текст задания**

- Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
- Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.
- В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.
- Событие A состоит в том, что станок в течение часа потребует внимания рабочего. Вероятность этого события составляет 0,7. Определить, с какой вероятностью станок не потребует внимания.
- В одной корзине находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
- Бросают две монеты. Определить, с какой вероятностью появится «герб» на обеих монетах.
- В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .
- Случайная величина X задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

- Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равно 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год на 1000 у.е. с уплатой 10 у.е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.
- Случайная величина X задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

11. Случайные величины X и Y заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$. Убедиться, что $D(X) > D(Y)$.

X	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Y	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

6.16.2. Время на выполнение: 45 мин.

6.16.3. Перечень объектов контроля и оценки

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

6.17. Экзаменационные вопросы

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
3. Определители n -го порядка. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Векторы и операции над ними.
8. Проекция вектора на ось и ее свойства.
9. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат.
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
11. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
12. Предел функции при x , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число e .
13. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
14. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
15. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
16. Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
17. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
18. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
19. Таблица неопределенных интегралов.
20. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
21. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
22. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
23. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.

25. Функции нескольких переменных. Частные производные.
26. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
27. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
28. Методы решения дифференциальных уравнений.
29. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость числовых рядов.
30. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признак Даламбера.
31. Понятие знакопеременного ряда. Признак сходимости Лейбница.
32. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда.
33. Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
34. Понятие события. Достоверные, невозможные, совместные, несовместные, противоположные события. Классическое определение вероятности.
35. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.
36. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.
37. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.

6.18. Экзаменационные задания

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3x}\right)^{5x}$.
2. Вычислить пределы:
 а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 1}{2x^4 + x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x}$.
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x^2 - 2x}$.
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 10x + 16}{x - 8}$.
7. Исследовать функцию $f(x) = \frac{5x}{x-6}$ на непрерывность в точке $x_0 = 6$.
8. Исследовать функцию $f(x) = 3x^2 - x^3$ и построить ее график.
9. Вычислить значение производной следующих функций в точке $x_0 = 4$:
 а) $f(x) = 8x^2 - \ln x$; б) $f(x) = x^3 + 5x$.
10. Найти производную функции $y = (x^4 - 5x^2 + x)^7$.
11. Найти производную функции $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$.
12. Найти производную функции $y = e^{2x^5 - 8}$.
13. Найти производную функции $y = \ln(8x^4 - 3x^2 + 2)$.
14. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{4 - x^3 + x^2 - 2x}{x} dx$.
15. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$.

16. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int (6x+11)^4 dx$.
17. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \cos(6x-1)dx$.
18. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$.
19. Вычислить определенный интеграл $\int_0^3 (5x+1)dx$.
20. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 (x-5)xdx$.
21. Вычислить определенный интеграл $\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$.
22. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 5t^2 + 4t + 2$ (м/с). Найти путь s , пройденный точкой за 4 с от начала движения.
23. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$, вокруг оси Ox .
24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.
25. Решить дифференциальное уравнение $y'' - 9y' + 20y = 0$.
26. Решить задачу Коши: $y' = 6x^2 + 4x$, $y(1) = 9$.
27. Решить дифференциальное уравнение $y' = 11x$.
28. В одной корзине находятся 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 4 белых и 11 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.
29. В лотерее 1000 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .
30. Случайная величина X задана законом распределения:

4	6	7
0,4	0,5	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

7. Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Контрольная работа №1

Вариант 1.

1. Решить уравнения:

a) $3*(X-2) - X - 1 = X + 4$

$$\text{б)} (3 * X - 1) * (X + 4) = X^2 - 3 * X - 4$$

2. Решить неравенства:

$$\text{а)} 5 * (X - 2) - 2 * (X + 1) \leq -6$$

$$\text{б)} 9 * X^2 - 17 < (3 * X - 2)^2 + 15 * X$$

3. Решить системы:

$$\text{а)} \begin{cases} X + 5 * Y = -1 \\ -X + 15 * Y = -19 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2 * X - 4 \leq 1 \\ 5 * X > X + 4 \end{cases}$$

$$5 * X > X + 4$$

4. Построить график функции и найти область определения $D(x)$, множество значений $E(y)$, промежутки возрастания и убывания $Y = -X^2 + 2 * X + 3$.

Вариант 2.

1. Решить уравнения:

$$\text{а)} 4 * (X - 2) - 1 = 5 * X + 5$$

$$\text{б)} (4 * X + 1) * (X - 3) = X^2 + 4 * X - 3$$

2. Решить неравенства:

$$\text{а)} 4 * (X - 3) - 5 * (X - 1) > 2$$

$$\text{б)} 9 * X^2 - 16 < (3 * X - 1) * (3 * X + 1) - 3 * X$$

3. Решить системы:

$$\text{а)} \begin{cases} 4 * X - Y = 15 \\ 8 * X + Y = 9 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3 * X < X + 4 \\ 4 * X + 3 \geq 1 \end{cases}$$

$$4 * X + 3 \geq 1$$

4. Построить график функции и найти область определения $D(x)$, множество значений $E(y)$, промежутки возрастания и убывания $Y = X^2 + 2 * X - 3$.

Предэкзаменационная контрольная работа.

Вариант 1.

1. Найти область определения функции $y = \sqrt{2x^2 + x - 3}$.

2. Решите уравнения: а) $\sqrt{7x + 18} = 4 + x$.

$$\text{б)} 4^{x+1} + 4^x = 10.$$

$$\text{в)} \log_5(x^2 + 1) = 1.$$

$$\text{г)} \cos x = -0.5$$

3. Решите неравенства: а) $6^{3-x} > \frac{1}{36}$.

$$\text{б)} \log_{0.5}(x - 1) < 2$$

Вариант 2.

1. Найти область определения функции $y = \sqrt{25 - x^2}$.

2. Решите уравнения : а) $\sqrt{2x+9} = x-3$.

б) $5^{x+1} - 4 \cdot 5^x = 25$.

в) $\log_3(x^2 - 1) = 1$.

г) $\sin x = -0.5$

3. Решите неравенства: а) $\left(\frac{1}{6}\right)^{x+1} \geq 36$.

б) $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) < 1$

